

**АЛГЕБРА I**

Среда, 25 января 2023 г. — Время строго ограничено с 13:15 до 16:15

Имя и фамилия ученика _____

Наименование школы _____

Наличие или использование любых устройств связи при сдаче этого экзамена строго воспрещено. Наличие или использование каких-либо устройств связи даже очень короткое время повлечет аннулирование результатов экзамена и оценки.

В соответствующих строках сверху напишите свои имя, фамилию и название школы.

Вам выдан отдельный лист для ответов на вопросы **части I**. Следуя указаниям наблюдателя, заполните ту часть листа для ответов, где указывается информация об учащемся.

Экзамен состоит из четырех частей, которые в общей сложности содержат 37 вопросов. Вам необходимо ответить на все вопросы экзамена. Запишите на отдельном листе для ответов свои ответы на вопросы части I, выбрав их из нескольких альтернативных вариантов. Ответы на вопросы **частей II, III и IV** запишите прямо в этот буклет. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб.

В конце буклета находятся формулы, которые могут понадобиться для ответов на некоторые вопросы экзамена. Лист с формулами можно использовать отдельно от буклета, оторвав по линии перфорации.

Не допускается использование черновиков для какой бы то ни было части данного экзамена; вместо черновика можно использовать пустые поля в буклете. В конце буклета имеется лист в клеточку с перфорацией, предназначенный для ответов на вопросы, где построение графиков не обязательно, но может быть полезно. Его также можно отделить от буклета. Любая работа, выполненная на этом листе, оцениваться *не* будет.

По завершении экзамена вам необходимо подписать напечатанное внизу листа для ответов заявление, подтверждающее, что до начала экзамена вы не были никоим образом ознакомлены ни с экзаменационными вопросами, ни с ответами на них, а в ходе экзамена никому не оказывали и ни от кого не получали помощь в ответе ни на один экзаменационный вопрос. Лист с ответами не будет принят, если заявление не будет подписано вами.

Примечание

Во время сдачи экзамена необходимо иметь при себе графический калькулятор и линейку.

НЕ ОТКРЫВАЙТЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БУКЛЕТ, ПОКА НЕ БУДЕТ ПОДАН СИГНАЛ.

Часть I

Ответьте на все 24 вопроса этой части. За каждый правильный ответ присваивается 2 балла. Неполное количество баллов не выставляется. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для каждого утверждения или вопроса выберите из предоставленных вариантов слово или выражение, которое наилучшим образом дополняет утверждение или отвечает на вопрос. Запишите свои ответы на отдельном листе для ответов. [48]

Используйте пустые поля
для вычислений.

1 Если записать выражение $2x(x - 4) - 3(x + 5)$ в простейшей форме, получится

(1) $2x^2 - 11x - 15$

(3) $2x^2 - 3x - 19$

(2) $2x^2 - 11x + 5$

(4) $2x^2 - 3x + 1$

2 Точка $(3, w)$ лежит на графике функции $y = 2x + 7$. Каково значение w ?

(1) -2

(3) 10

(2) -4

(4) 13

3 Учеников попросили записать выражение $2x^3 + 3x + 4x^2 + 1$ в стандартной форме. Ниже показаны ответы учеников.

Алекса: $4x^2 + 3x + 2x^3 + 1$

Кэрол: $2x^3 + 3x + 4x^2 + 1$

Райан: $2x^3 + 4x^2 + 3x + 1$

Эрик: $1 + 2x^3 + 3x + 4x^2$

Кто из учеников дал правильный ответ?

(1) Алекса

(3) Райан

(2) Кэрол

(4) Эрик

4 Если $f(x) = -3x^2 + 10$, каково значение $f(-2)$?

(1) -26

(3) 22

(2) -2

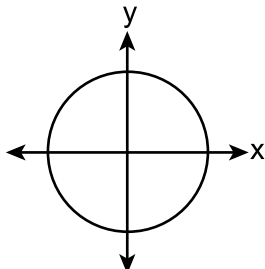
(4) 46

Используйте пустые поля для вычислений.

5 Какое соотношение является функцией?

$\{(1,3), (2,1), (3,1), (4,7)\}$

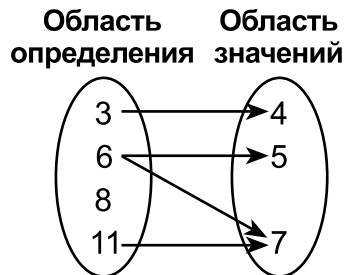
(1)



(3)

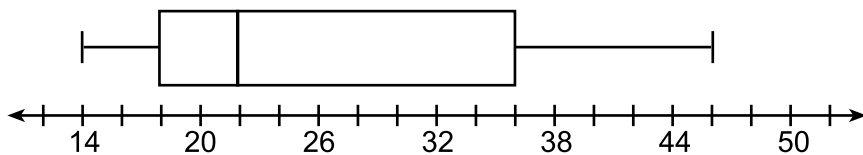
Вход	Выход
-6	-2
-4	2
7	3
7	5

(2)



(4)

6 Каково значение третьего квартиля в показанной ниже диаграмме типа «ящик с усами»?



(1) 18

(3) 36

(2) 22

(4) 46

7 Каково решение уравнения $2 + 3(2a + 1) = 3(a + 2)$?

(1) $\frac{1}{7}$

(3) $-\frac{3}{7}$

(2) $\frac{1}{3}$

(4) $-\frac{1}{3}$

- 8 В субботу днем трое друзей решили подсчитать, сколько текстовых сообщений они получали каждый час между 8 часами утра и полуднем. Ниже представлены их результаты.

Эмили сказала, что число сообщений, которые она получала, каждый час увеличивалось на 8.

Джессика сказала, что число сообщений, которые она получала, каждый час удваивалось.

Крис сказал, что получил 3 сообщения за первый час, 10 за второй час, ни одного за третий час и 15 за последний час.

Кто из друзей дал ответ, лучше всего описывающий число сообщений, которые они получали каждый час, линейной функцией?

- (1) Только Эмили (3) Эмили и Крис
(2) Только Джессика (4) Джессика и Крис

- 9 Какое выражение эквивалентно выражению $(x + 4)^2(x + 4)^3$?

- (1) $(x + 4)^6$ (3) $(x^2 + 16)^6$
(2) $(x + 4)^5$ (4) $(x^2 + 16)^5$

- 10 Кейтлин строит график функции $f(x) = ax^2$, где a — положительное целое число. Если Кейтлин умножит a на -2 , то по сравнению с графиком $f(x)$ график новой функции будет

- (1) более узким и открытым вниз
(2) более узким и открытым вверх
(3) более широким и открытым вниз
(4) более широким и открытым вверх

- 11 Санны покупает новый автомобиль за 29 873 \$. Стоимость автомобиля уменьшается на 20 % в год.

Какое выражение можно использовать для определения стоимости автомобиля через t лет?

- (1) $29\,873(0,20)^t$ (3) $29\,873(1 - 0,20)^t$
(2) $29\,873(20)^t$ (4) $29\,873(1 + 0,20)^t$

- 12 Если $f(x) = x^2 + 2x + 1$, а $g(x) = 7x - 5$, при каких значениях x $f(x) = g(x)$?

- (1) -1 и 6 (3) -3 и -2
(2) -6 и -1 (4) 2 и 3

Используйте пустые поля для вычислений.

13 Летом Скайлер стрижет газоны. Функция $f(x)$ используется для моделирования количества заработанных денег, где x — число полностью подстриженных газонов. Разумной областью определения этой функции являются

- (1) вещественные числа (3) иррациональные числа
(2) рациональные числа (4) натуральные числа

14 Какое выражение эквивалентно выражению $2x^2 + 8x - 10$?

- (1) $2(x - 1)(x + 5)$ (3) $2(x - 1)(x - 5)$
(2) $2(x + 1)(x - 5)$ (4) $2(x + 1)(x + 5)$

15 Иан подбрасывает в воздух мяч, который затем падает на землю. Высоту полета мяча, $h(t)$, моделирует уравнение $h(t) = -16t^2 + 6t + 3$, где $h(t)$ измеряется в футах, а время, t , измеряется в секундах. Число 3 в функции $h(t)$ обозначает

- (1) максимальную высоту полета мяча
(2) высоту, с которой подбрасывают мяч
(3) число секунд, за которое мяч достигает земли
(4) число секунд, за которое мяч достигает максимальной высоты

16 В баскетбольном турнире участвуют тридцать две команды. Как показано в приведенной ниже таблице, в следующий тур выходят только команды, победившие в каждом туре.

Число завершенных туров, x	0	1	2	3	4	5
Число оставшихся команд, $f(x)$	32	16	8	4	2	1

Функция какого типа лучше всего моделирует соотношение между числом завершенных туров и числом оставшихся команд?

- (1) функция абсолютного значения (3) линейная функция
(2) экспоненциальная функция (4) квадратичная функция

17 Первый член геометрической прогрессии равен 4, а ее знаменатель равен -3 . Пятый член этой прогрессии равен

- (1) 324 (3) -108
(2) 108 (4) -324

Используйте пустые поля для вычислений.

18 Количество энергии, Q , в джоулях, необходимое для увеличения температуры m граммов вещества, определяется формулой $Q = mC(T_f - T_i)$, где C — удельная теплоемкость вещества. Если T_i — начальная температура, то конечную температуру, T_f , можно найти по формуле

(1) $T_f = \frac{Q}{mC} - T_i$

(3) $T_f = \frac{T_i + Q}{mC}$

(2) $T_f = \frac{Q}{mC} + T_i$

(4) $T_f = \frac{Q - mC}{T_i}$

19 Какое уравнение эквивалентно уравнению $x^2 - 12x - 10 = 0$ при использовании метода доведения до полного квадрата?

(1) $(x + 6)^2 = -26$

(3) $(x - 6)^2 = -26$

(2) $(x + 6)^2 = 46$

(4) $(x - 6)^2 = 46$

20 Какая квадратичная функция имеет *наименьшее* минимальное значение?

$f(x) = 6x^2 + 5x - 2$

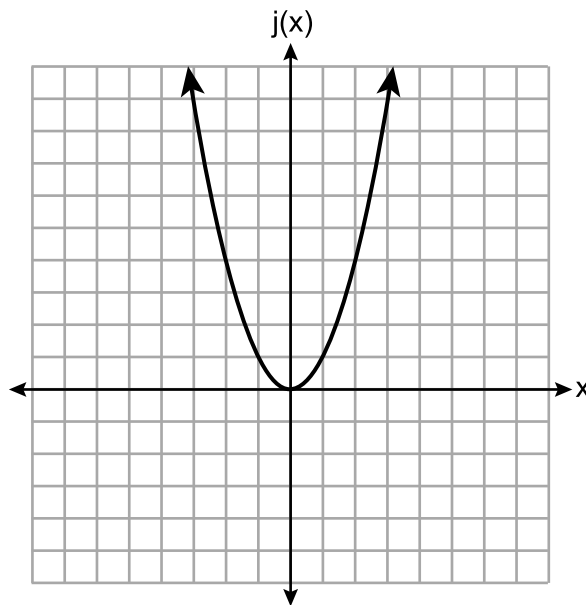
(1)

$g(x) = 6(x - 2)^2 - 2$

(3)

x	h(x)
0	6
1	2
2	0
3	0
4	2
5	6

(2)



(4)

21 Какое представление дает тот же результат, что и приведенная ниже рекурсивно определенная последовательность?

$$a_1 = 3$$

$$a_n = -4 + a_{n-1}$$

(1) 3, 7, 11, 15, 19, ... (3) $a_n = 4n - 1$

(2) 3, -1, -5, -9, -13, ... (4) $a_n = 4 - n$

22 Если нули функции $g(x)$ равны $\{-3, 0, 4\}$, какая из функций может представлять $g(x)$?

(1) $g(x) = (x + 3)(x - 4)$ (3) $g(x) = x(x + 3)(x - 4)$

(2) $g(x) = (x - 3)(x + 4)$ (4) $g(x) = x(x - 3)(x + 4)$

23 Морган прочитал, что улитка проползает около 72 футов в сутки. Он производит вычисления $\frac{72 \text{ фута}}{1 \text{ сутки}} \cdot \frac{1 \text{ сутки}}{24 \text{ часа}} \cdot \frac{1 \text{ час}}{60 \text{ минут}} \cdot \frac{12 \text{ дюймов}}{1 \text{ фут}}$ для преобразования этой скорости в другие единицы измерения.

Какие единицы измерения получаются после преобразования?

(1) часы/дюйм (3) дюймы/час

(2) минуты/дюйм (4) дюймы/минута

24 На летних каникулах Бен решает торговать с тележки на Манхэттене хот-догами и претцелями. Каждый хот-дог обходится Бену в 0,50 \$, а каждый претцель — в 0,40 \$. Он может тратить на хот-доги и претцели только 100 \$ в день. Он хочет продавать не менее 200 штук в день. Если h — количество хот-догов, а p — количество претцелей, какое неравенство входит в систему неравенств, используемую для определения суммарного количества хот-догов и претцелей, которые может продать Бен?

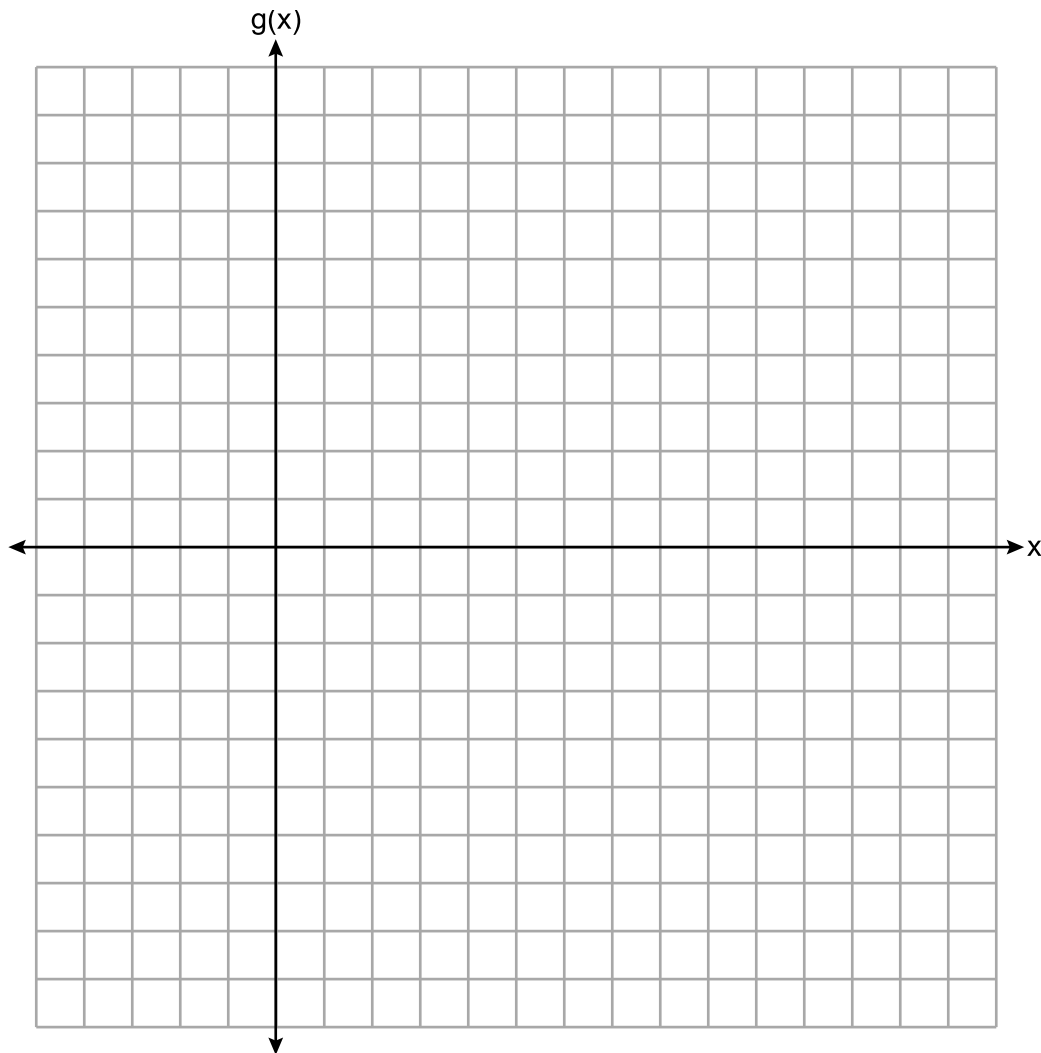
(1) $h + p \leq 200$ (3) $0.50h + 0.40p \geq 200$

(2) $h + p \geq 200$ (4) $0.50h + 0.40p \leq 200$

Часть II

Ответьте на все 8 вопросов этой части. За каждый правильный ответ присваивается 2 балла. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для всех вопросов в этой части, если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [16]

25 Постройте в приведенной ниже системе координат график функции $g(x) = \sqrt{x+3}$.



26 Шестиклассникам начальной школы Уэст-роуд предложили проголосовать, чтобы решить, куда их класс отправится на экскурсию. Результаты показаны в таблице ниже.

	«Плейлэнд»	«Сплэшдаун»	«Фан Централ»
Мальчики	38	53	25
Девочки	39	46	37

Определите с точностью до *одного процента* процентную долю девочек, проголосовавших за «Сплэшдаун».

27 Решите неравенство $-\frac{2}{3}x + 6 > -12$ алгебраическим способом относительно x .

28 Определите разность арифметической прогрессии, в которой $a_1 = 3$, а $a_4 = 15$.

29 Дано: $A = \sqrt{363}$, а $B = \sqrt{27}$

Объясните, почему $A + B$ — иррациональное число.

Объясните, почему $A \cdot B$ — рациональное число.

30 Используя формулу корней квадратного уравнения, решите уравнение $x^2 - 4x + 1 = 0$ относительно x .

Округлите решения до *одной сотой*.

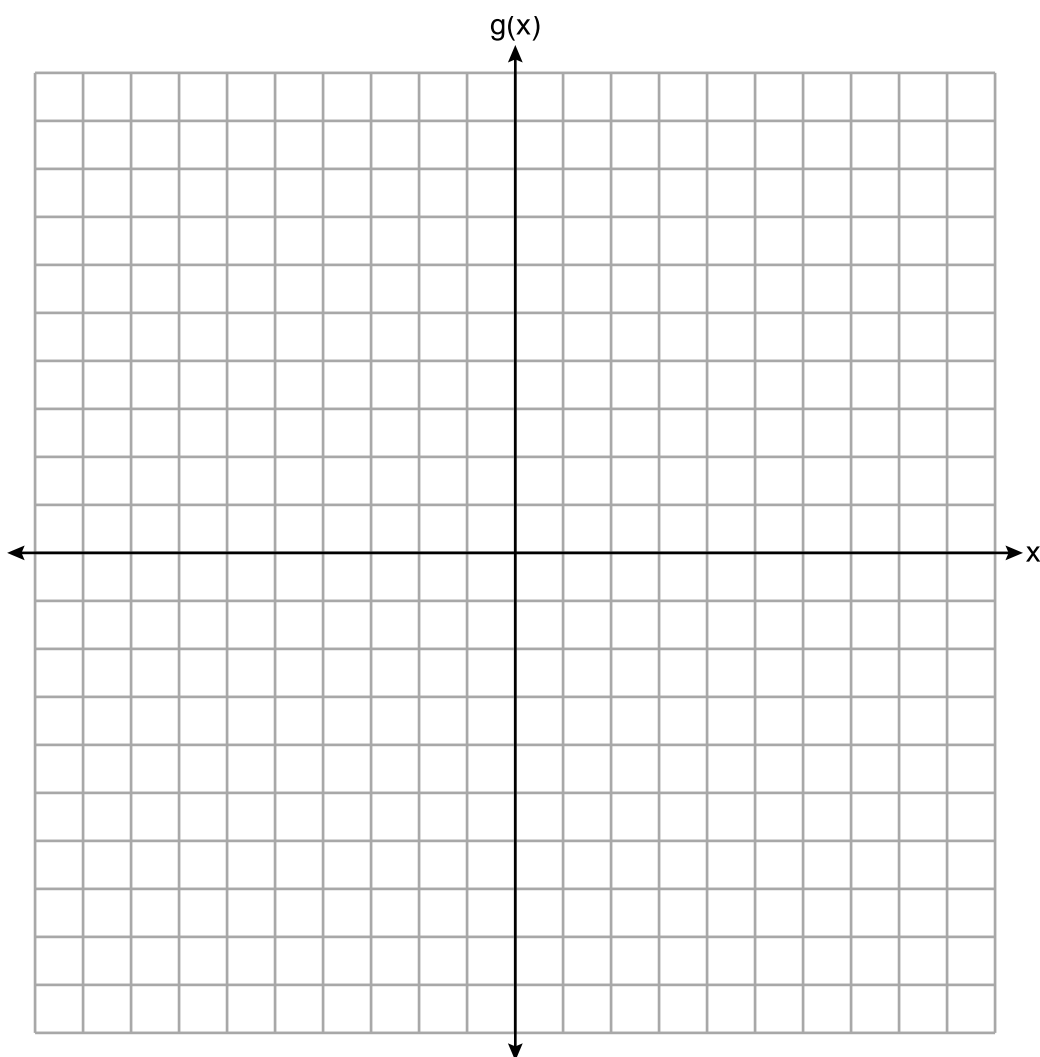
31 Полностью разложите выражение:

$$4x^3 - 49x$$

32 Функция g определена как

$$g(x) = \begin{cases} |x + 3|, & x < -2 \\ x^2 + 1, & -2 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

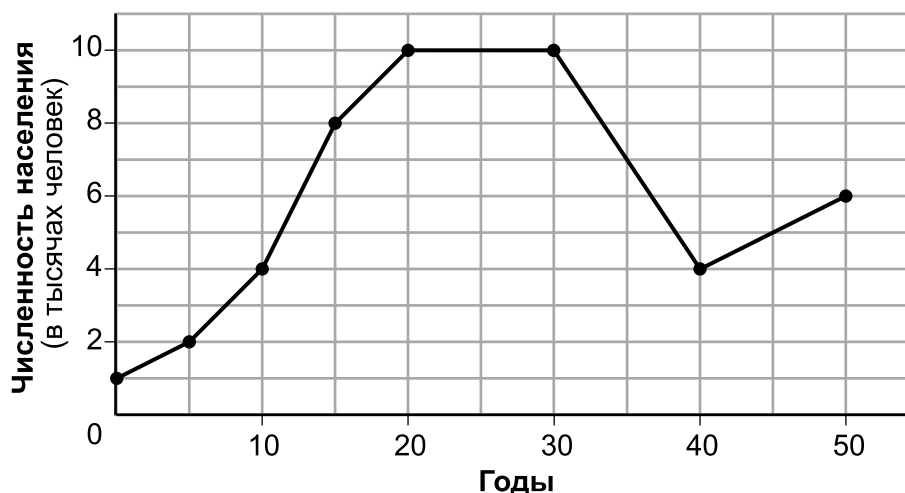
Постройте в представленной ниже системе координат график $g(x)$.



Часть III

Ответьте на все 4 вопроса этой части. За каждый правильный ответ присваивается 4 балла. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для всех вопросов в этой части, если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [16]

33 Анесса изучает изменения численности населения города. Ниже представлен график численности населения за 50 лет.



Укажите полный интервал, на протяжении которого численность населения оставалась постоянной.

Укажите максимальную численность населения города за 50-летний период.

Определите среднюю скорость изменения с 30-го по 40-й год.

Объясните, что означает определенная вами скорость изменения с 30-го по 40-й год в контексте данной задачи.

34 В приведенной ниже таблице представлены количество уроков математики, пропущенных девятью учениками в течение учебного года, и их итоговые экзаменационные оценки.

Количество пропущенных уроков (x)	2	10	3	22	15	2	20	18	9
Итоговая экзаменационная оценка (y)	99	72	90	35	60	80	40	43	75

Напишите уравнение линейной регрессии для этого набора данных. Округлите все значения до *одной сотой*.

Укажите коэффициент корреляции этой линейной регрессии. Округлите свой ответ до *одной сотой*.

Объясните, как коэффициент корреляции характеризует линейное приближение данных.

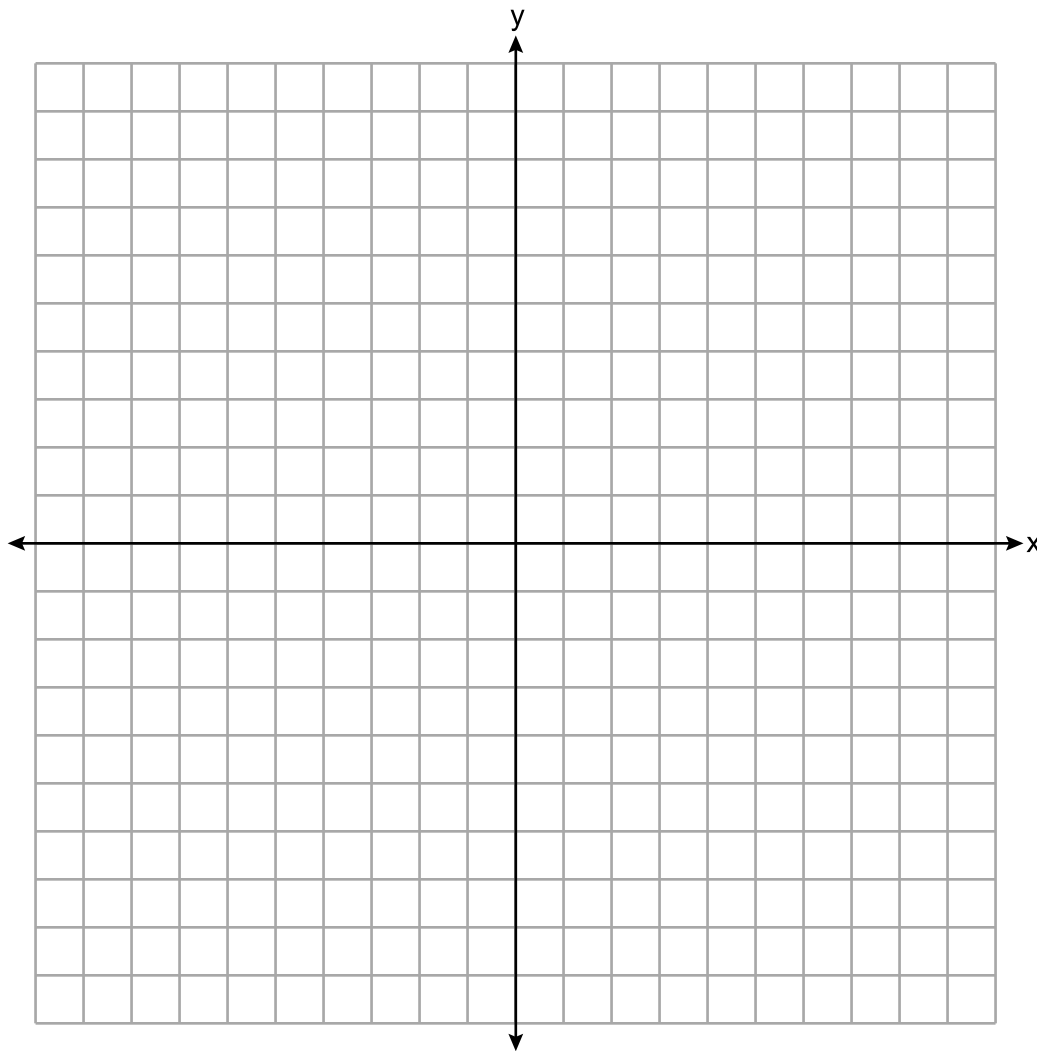
35 Вдоль краев прямоугольного сада установили изгородь. Длина, l , изгороди была на 5 футов меньше, чем ее ширина, w , умноженная на 3. На сооружение изгороди использовали 90 футов материала.

Напишите систему уравнений или одно уравнение с одной переменной, моделирующее эту ситуацию.

Определите алгебраическим способом размеры сада в футах.

36 Дано: $3y - 9 \leq 12$
 $y < -2x - 4$

Постройте график системы неравенств в представленной ниже системе координат.



Укажите координаты точки, которая удовлетворяет обоим неравенствам. Обоснуйте свой ответ.

Часть IV

Ответьте на вопрос этой части. За правильный ответ присваивается 6 баллов. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте предоставленную информацию. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [6]

37 Эйдан и его сестра Элла бегают наперегонки. Эйдан бежит со скоростью 10 футов в секунду. Элла бежит со скоростью 6 футов в секунду. Поскольку Элла младше, Эйдан позволяет ей начинать забег в 30 футах впереди от линии старта.

Пусть y обозначает расстояние от линии старта, а x обозначает прошедшее время в секундах.

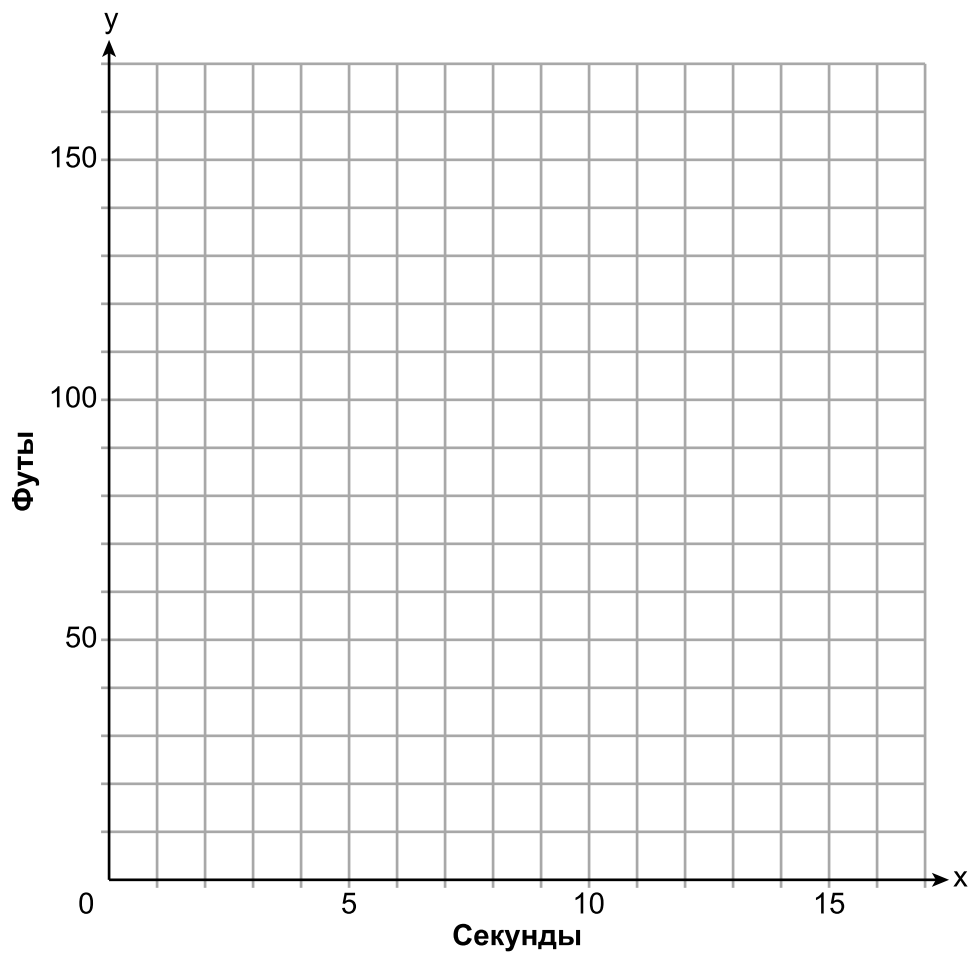
Напишите уравнение, моделирующее расстояние, которое преодолел Эйдан.

Напишите уравнение, моделирующее расстояние, которое преодолела Элла.

Вопрос 37 продолжается на следующей странице.

Продолжение вопроса 37

Постройте графики своих уравнений в представленной ниже системе координат.

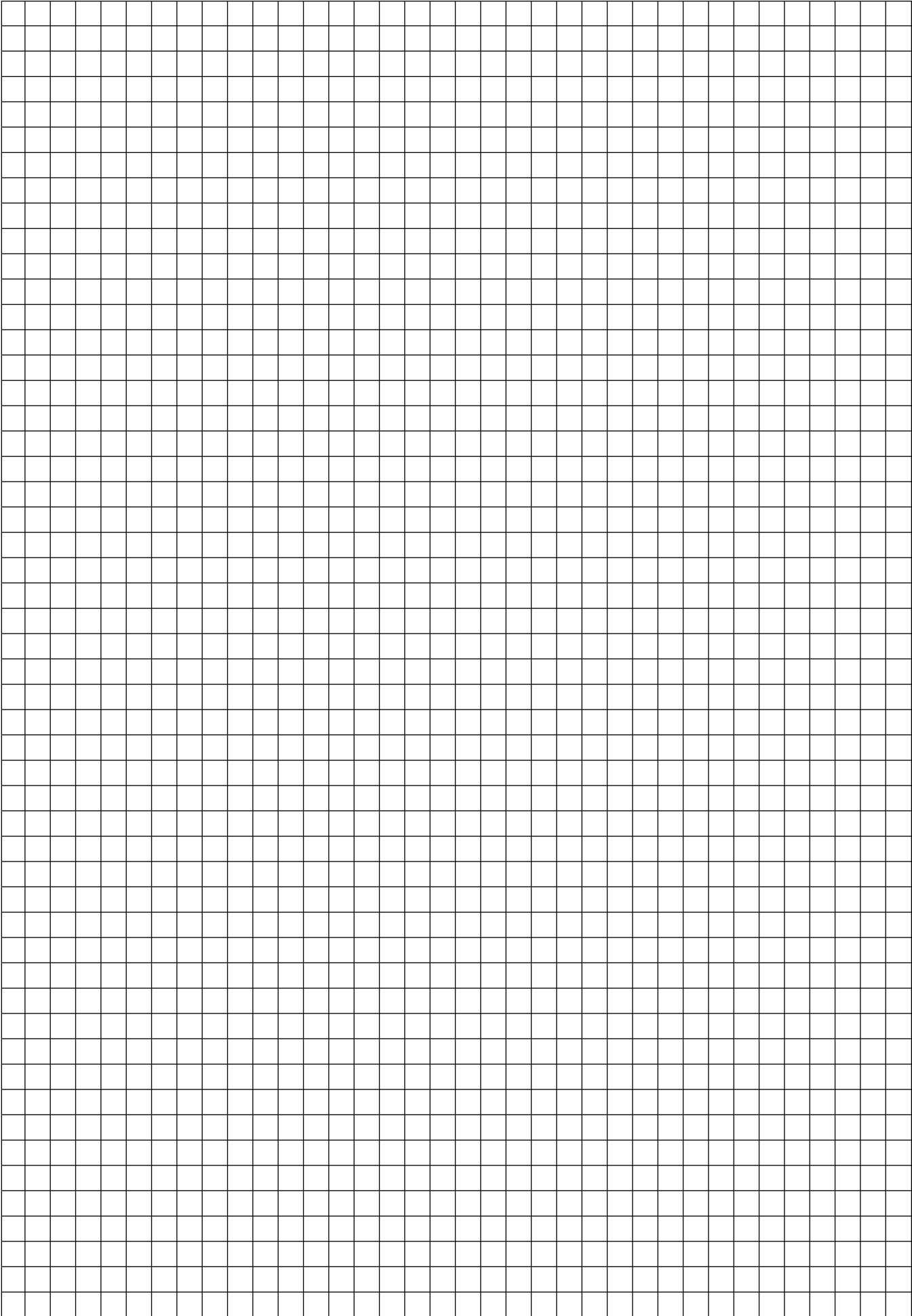


Через сколько секунд (точно) Эйдан догонит Эллу? Обоснуйте свой ответ.

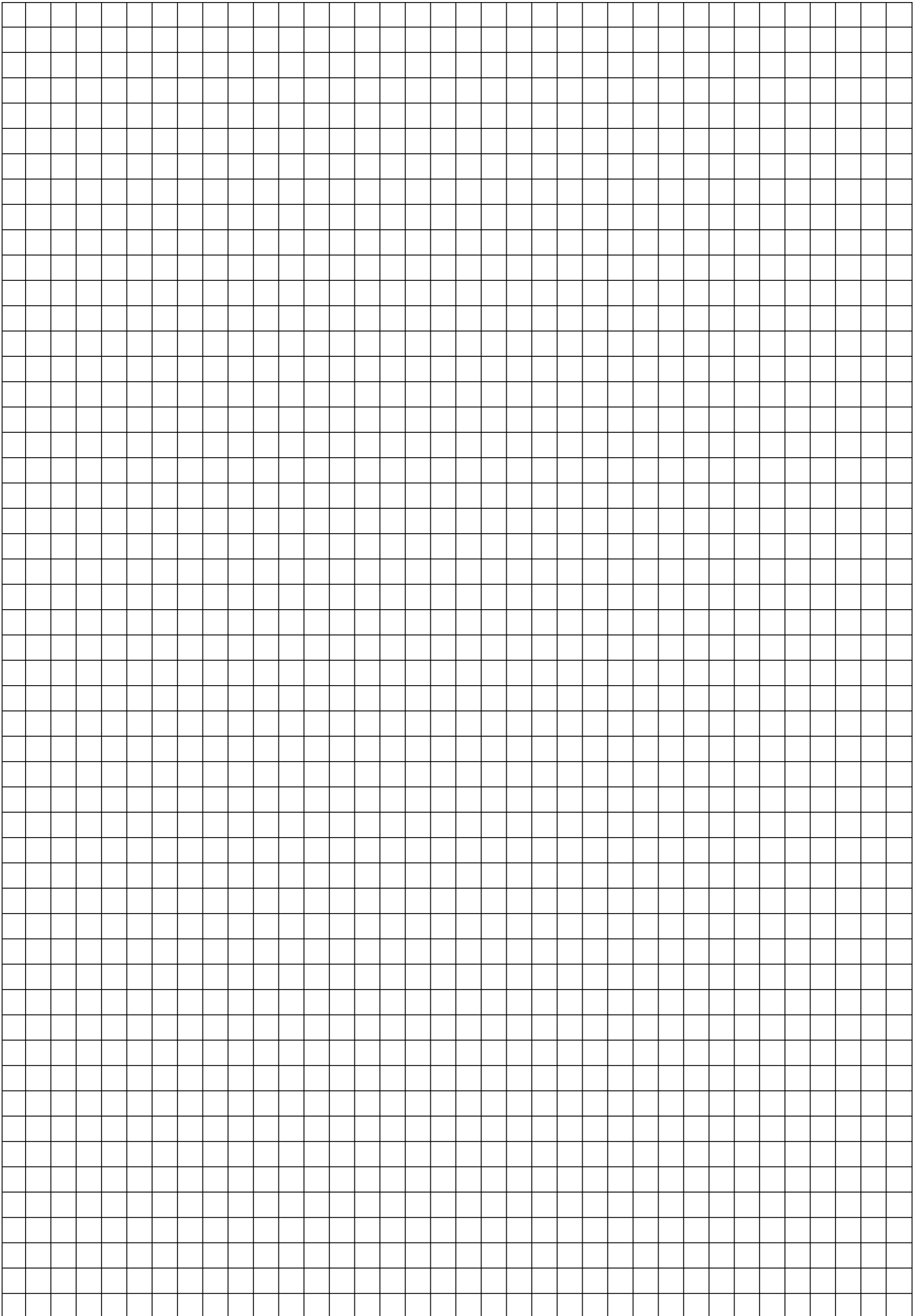
Лист в клеточку для черновика — работа, выполненная на этом листе, не оценивается.

Линия отрыва

Линия отрыва



Лист в клеточку для черновика — работа, выполненная на этом листе, не оценивается.



Линия отрыва

Линия отрыва

Лист справочной информации по математике для средней школы

1 дюйм = 2,54 сантиметра
 1 метр = 39,37 дюйма
 1 миля = 5280 футов
 1 миля = 1760 ярдов
 1 миля = 1,609 километра

1 километр = 0,62 мили
 1 фунт = 16 унций
 1 фунт = 0,454 килограмма
 1 килограмм = 2,2 фунта
 1 тонна = 2000 фунтов

1 стакан = 8 жидких унций
 1 пинта = 2 стакана
 1 кварта = 2 пинты
 1 галлон = 4 кварты
 1 галлон = 3,785 литра
 1 литр = 0,264 галлона
 1 литр = 1000 кубических сантиметров

Треугольник	$A = \frac{1}{2}bh$
Параллелограмм	$A = bh$
Круг	$A = \pi r^2$
Круг	$C = \pi d$ или $C = 2\pi r$
Обычная призма	$V = Bh$
Цилиндр	$V = \pi r^2 h$
Сфера	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Конус	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
Пирамида	$V = \frac{1}{3}Bh$

Теорема Пифагора	$a^2 + b^2 = c^2$
Формула корней квадратного уравнения	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Арифметическая прогрессия	$a_n = a_1 + (n - 1)d$
Геометрическая прогрессия	$a_n = a_1 r^{n-1}$
Геометрический ряд	$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$, где $r \neq 1$
Радииан	1 радиан = $\frac{180}{\pi}$ градусов
Градус	1 градус = $\frac{\pi}{180}$ радиан
Экспоненциальное возрастание/ убывание	$A = A_0 e^{k(t - t_0)} + B_0$

Линия отрыва

Линия отрыва

Линия органа

Линия органа

