

АЛГЕБРА I

Четверг, 15 июня 2023 г. — Время строго ограничено с 13:15 до 16:15

Имя и фамилия ученика _____

Наименование школы _____

Наличие или использование любых устройств связи при сдаче этого экзамена строго воспрещено. Наличие или использование каких-либо устройств связи даже очень короткое время повлечет аннулирование результатов экзамена и оценки.

В соответствующих строках сверху напишите свои имя, фамилию и название школы.

Вам выдан отдельный лист для ответов на вопросы **части I**. Следуя указаниям наблюдателя, заполните ту часть листа для ответов, где указывается информация об учащемся.

Экзамен состоит из четырех частей, которые в общей сложности содержат 37 вопросов. Вам необходимо ответить на все вопросы экзамена. Запишите на отдельном листе для ответов свои ответы на вопросы части I, выбрав их из нескольких альтернативных вариантов. Ответы на вопросы **частей II, III и IV** запишите прямо в этот буклет. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб.

В конце буклета находятся формулы, которые могут понадобиться для ответов на некоторые вопросы экзамена. Лист с формулами можно использовать отдельно от буклета, оторвав по линии перфорации.

Не допускается использование черновиков для какой бы то ни было части данного экзамена; вместо черновика можно использовать пустые поля в буклете. В конце буклета имеется лист в клеточку с перфорацией, предназначенный для ответов на вопросы, где построение графиков не обязательно, но может быть полезно. Его также можно отделить от буклета. Любая работа, выполненная на этом листе, оцениваться *не* будет.

По завершении экзамена вам необходимо подписать напечатанное внизу листа для ответов заявление, подтверждающее, что до начала экзамена вы не были никоим образом ознакомлены ни с экзаменационными вопросами, ни с ответами на них, а в ходе экзамена никому не оказывали и ни от кого не получали помощь в ответе ни на один экзаменационный вопрос. Лист с ответами не будет принят, если заявление не будет подписано вами.

Примечание ...

Во время сдачи экзамена необходимо иметь при себе графический калькулятор и линейку.

НЕ ОТКРЫВАЙТЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БУКЛЕТ, ПОКА НЕ БУДЕТ ПОДАН СИГНАЛ.

Часть I

Ответьте на все 24 вопроса этой части. За каждый правильный ответ присваивается 2 балла. Неполное количество баллов не выставляется. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для каждого утверждения или вопроса выберите из предоставленных вариантов слово или выражение, которое наилучшим образом дополняет утверждение или отвечает на вопрос. Запишите свои ответы на отдельном листе для ответов. [48]

Используйте пустые поля
для вычислений.

1 Выражение $9m^2 - 100$ эквивалентно выражению

(1) $(3m - 10)(3m + 10)$ (3) $(3m - 50)(3m + 50)$

(2) $(3m - 10)(3m - 10)$ (4) $(3m - 50)(3m - 50)$

2 Какое выражение представляет иррациональное число?

(1) $\sqrt{16} + \sqrt{1}$ (3) $\sqrt{36} + \sqrt{7}$

(2) $\sqrt{25} + \sqrt{4}$ (4) $\sqrt{49} + \sqrt{9}$

3 Какое линейное уравнение описывает прямую, проходящую через точку $(-3, -8)$?

(1) $y = 2x - 2$ (3) $y = 2x + 13$

(2) $y = 2x - 8$ (4) $y = 2x - 14$

4 Выражение $(5x^2 - x + 4) - 3(x^2 - x - 2)$ эквивалентно выражению

(1) $2x^2 - 2x + 2$ (3) $2x^4 - 2x^2 + 2$

(2) $2x^2 + 2x + 10$ (4) $2x^4 - 2x^2 + 10$

5 24-й член последовательности $-5, -11, -17, -23, \dots$ равен

(1) -149 (3) 133

(2) -143 (4) 139

Используйте пустые поля для вычислений.

6 Какое уравнение является правильным шагом в процессе дополнения выражения $x^2 - 18x + 77 = 0$ до полного квадрата?

(1) $(x - 9)^2 = 4$

(3) $x = \pm 13$

(2) $(x - 3)^2 = 2$

(4) $x - 9 = \pm 9$

7 Какая функция имеет наибольшее значение при $x > 1$?

(1) $g(x) = 2(5)^x$

(3) $h(x) = 2x^2 + 5$

(2) $f(x) = 2x + 5$

(4) $k(x) = 2x^3 + 5$

8 Майк использует уравнение $b = 1300(2,65)^x$, чтобы определить рост числа бактерий в лабораторных условиях. Степенной показатель выражает

(1) суммарное число имеющихся сейчас бактерий

(2) относительную скорость роста числа бактерий

(3) исходное число бактерий

(4) количество периодов времени

9 Компания отправляет каждую неделю в среднем 30 000 предметов. Приблизительное число предметов, отправляемых каждую минуту, вычисляется с использованием преобразования

(1) $\frac{30\,000 \text{ предметов}}{1 \text{ неделя}} \cdot \frac{7 \text{ суток}}{1 \text{ неделя}} \cdot \frac{60 \text{ мин.}}{1 \text{ ч}} \cdot \frac{1 \text{ сутки}}{24 \text{ ч}}$

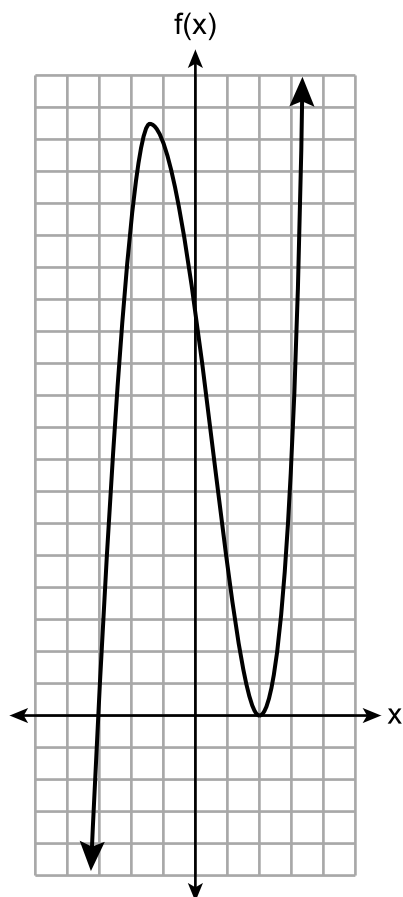
(2) $\frac{30\,000 \text{ предметов}}{1 \text{ неделя}} \cdot \frac{1 \text{ неделя}}{7 \text{ суток}} \cdot \frac{1 \text{ сутки}}{24 \text{ hrs}} \cdot \frac{1 \text{ ч}}{60 \text{ мин.}}$

(3) $\frac{1 \text{ неделя}}{30\,000 \text{ предметов}} \cdot \frac{1 \text{ неделя}}{7 \text{ суток}} \cdot \frac{1 \text{ сутки}}{24 \text{ ч}} \cdot \frac{1 \text{ ч}}{60 \text{ мин.}}$

(4) $\frac{1 \text{ неделя}}{30\,000 \text{ предметов}} \cdot \frac{7 \text{ суток}}{1 \text{ неделя}} \cdot \frac{24 \text{ ч}}{1 \text{ сутки}} \cdot \frac{60 \text{ мин.}}{1 \text{ ч}}$

10 Ниже приведен график функции.

Используйте пустые поля для вычислений.



Возможное уравнение этой функции — это

(1) $f(x) = (x + 2)(x - 3)$

(3) $f(x) = (x - 2)^2(x + 3)$

(2) $f(x) = (x - 2)(x + 3)$

(4) $f(x) = (x - 2)(x + 3)(x - 12)$

11 Если $g(x) = -x^2 - x + 5$, то $g(-4)$ равно

(1) -15

(3) 17

(2) -7

(4) 25

12 Коробка для попкорна в кинотеатре представляет собой прямоугольную призму, основание которой имеет размер 6 дюймов на 4 дюйма, а высота равна 8 дюймам. Чтобы получить коробку большего размера, длину и ширину увеличивают на x дюймов. Высота остается такой же. Какая функция описывает объем, $V(x)$, большей коробки?

(1) $V(x) = (6 + x)(4 + x)(8 + x)$

(2) $V(x) = (6 + x)(4 + x)(8)$

(3) $V(x) = (6 + x) + (4 + x) + (8 + x)$

(4) $V(x) = (6 + x) + (4 + x) + (8)$

Используйте пустые поля
для вычислений.

13 Выражение $300(4)^{x+3}$ эквивалентно выражению

- (1) $300(4)^x(4)^3$ (3) $300(4)^x + 300(4)^3$
(2) $300(4^x)^3$ (4) $300^x(4)^3$

14 В кошельке у Эшли есть только 7 монет достоинством двадцать пять центов и несколько монет достоинством десять центов. Ей нужно набрать по меньшей мере 3,00 \$, чтобы заплатить за обед. Какое неравенство можно использовать, чтобы определить количество десятицентовых монет, d , которые должны быть в ее кошельке, чтобы она смогла заплатить за обед?

- (1) $1,75 + d \geq 3,00$ (3) $1,75 + d \leq 3,00$
(2) $1,75 + 0,10d \geq 3,00$ (4) $1,75 + 0,10d \leq 3,00$

15 Формула площади трапеции — $A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$. Высота, h , трапеции может быть выражена как

- (1) $2A - b_1 - b_2$ (3) $\frac{1}{2}A - b_1 - b_2$
(2) $\frac{2A - b_1}{b_2}$ (4) $\frac{2A}{b_1 + b_2}$

16 Функцию $f(x) = |x|$ умножают на k , чтобы получить новую функцию $g(x) = k|x|$. Какое утверждение относительно графиков $f(x)$ и $g(x)$ верно, если $k = \frac{1}{2}$?

- (1) $g(x)$ является отражением $f(x)$ относительно оси y .
(2) $g(x)$ является отражением $f(x)$ относительно оси x .
(3) $g(x)$ шире, чем $f(x)$.
(4) $g(x)$ уже, чем $f(x)$.

Используйте пустые поля для вычислений.

- 17 Несколько взрослых опросили, чтобы выяснить, что они предпочли бы купить — городской внедорожник (SUV) или спортивный автомобиль. Сводные результаты этого опроса представлены в таблице, приведенной ниже.

	SUV	Спортивный автомобиль	Всего
Мужчины	21	38	59
Женщины	135	46	181
Всего	156	84	240

Приблизительно какую процентную долю взрослых, предпочитающих спортивные автомобили, составили мужчины?

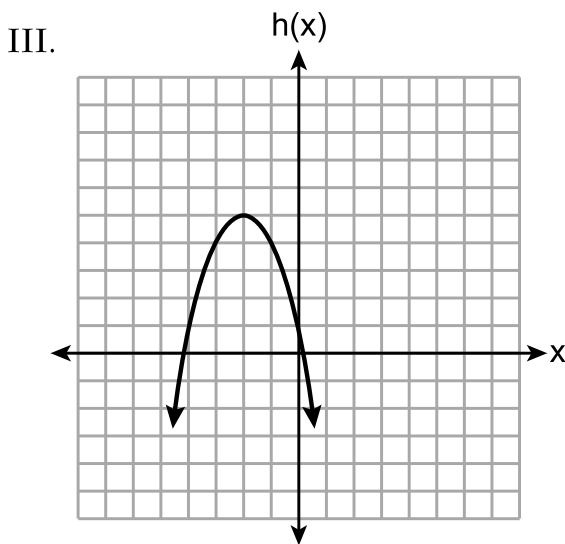
- (1) 15,8 (3) 64,4
(2) 45,2 (4) 82,6
- 18 Решение уравнения $2x^2 = 72$ — это
- (1) {9,4} (3) {6}
(2) {-4,9} (4) {±6}

- 19 Ниже приведены три квадратичные функции.

I. $f(x) = (x + 2)^2 + 5$

II.

x	-4	-3	-2	-1	0	1
g(x)	-3	2	5	5	2	-3



Какие из этих функций имеют общую вершину?

- (1) Только I и II (3) Только I и III
(2) Только II и III (4) I, II и III

20 Область определения функции $f(x) = x^2 + x - 12$ равна

- (1) $(-\infty, -4]$ (3) $[-4, 3]$
(2) $(-\infty, \infty)$ (4) $[3, \infty)$

21 Отец договаривается с сыном относительно еженедельного пособия на карманные расходы. В течение первого года он обещает еженедельно выдавать сыну по 10 \$. Для каждого следующего года размер пособия пересчитывают, удваивая еженедельное пособие предыдущего года, а затем вычитая 8. Какую рекурсивную формулу можно использовать для расчета еженедельного пособия сына в будущих годах?

- (1) $a_n = 2n - 8$ (3) $a_1 = 10$
 $a_{n+1} = 2a_n - 8$
(2) $a_n = 2(n + 1) - 8$ (4) $a_1 = 10$
 $a_{n+1} = 2(a_n - 8)$

22 Каково решение приведенного ниже неравенства?

$$4 - \frac{2}{5}x \geq \frac{1}{3}x + 15$$

- (1) $x \leq 11$ (3) $x \leq -15$
(2) $x \geq 11$ (4) $x \geq -15$

23 Какое утверждение о многочлене $3x^2 + 5x - 2$ верно?

- (1) Это многочлен третьей степени со свободным членом, равным -2 .
(2) Это многочлен третьей степени с коэффициентом при старшем члене, равным 3.
(3) Это многочлен второй степени со свободным членом, равным 2.
(4) Это многочлен второй степени с коэффициентом при старшем члене, равным 3.

24 Директор магазина пытается определить, имеет ли смысл продолжать продавать гвозди определенной марки. Для моделирования прибыли он использует функцию $p(n)$, где n — количество коробок этих гвоздей, проданных в течение одного дня. Разумной областью определения этой функции являются

- (1) неотрицательные целые числа (3) вещественные числа
(2) рациональные числа (4) целые числа

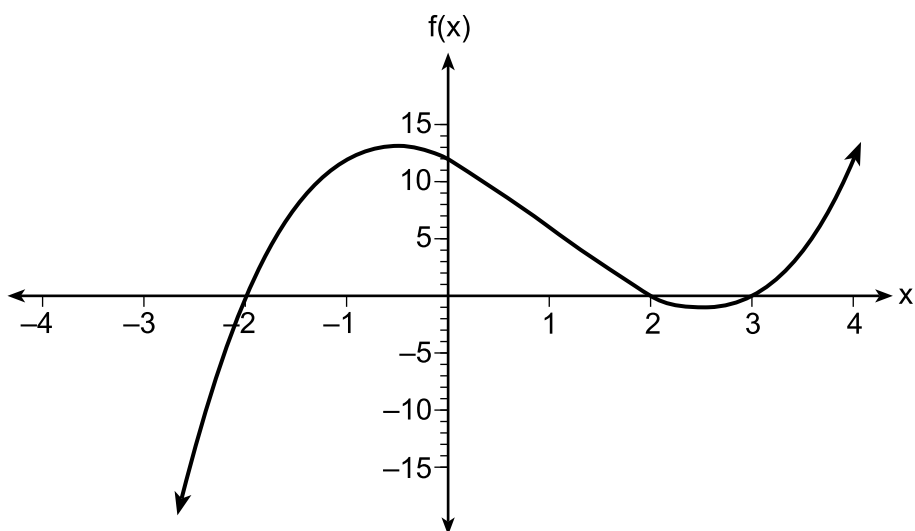
Часть II

Ответьте на все 8 вопросов этой части. За каждый правильный ответ присваивается 2 балла. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для всех вопросов в этой части, если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [16]

25 Решите следующее уравнение алгебраическим способом относительно x :

$$-2,4(x + 1,4) = 6,8x - 22,68$$

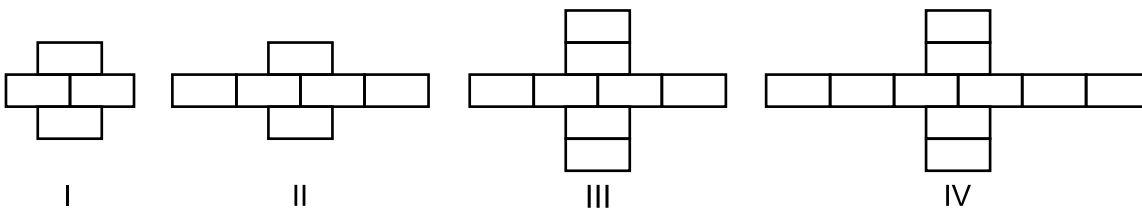
26 Ниже приведен график функции $f(x)$ в координатных осях.



Укажите нули $f(x)$.

Поясните свои рассуждения.

27 Брианна строит на уроке изобразительного искусства узор из кирпичиков.



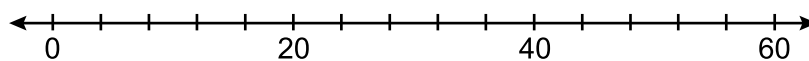
Подруга говорит ей, что число кирпичиков в узоре увеличивается экспоненциально.

Правы ли подруга?

Поясните свои рассуждения.

28 Набор данных 20, 36, 52, 56, 24, 16, 40, 4, 28 выражает количество книг, купленных в течение года девятью членами книжного клуба.

Постройте на приведенной ниже числовой оси диаграмму типа «ящик с усами» для этих данных.



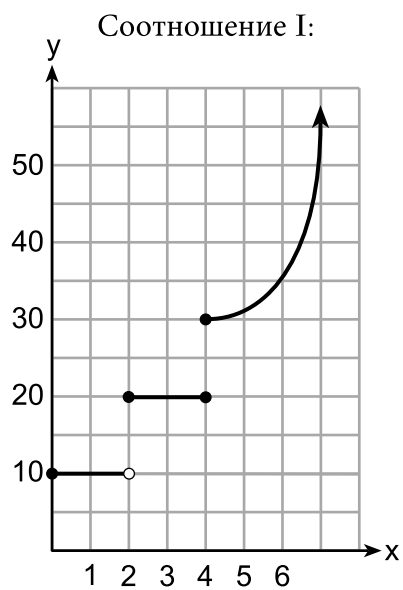
29 Дано:

$$A = x + 5$$

$$B = x^2 - 18$$

Выразите $A^2 + B$ в стандартном виде.

30 Два соотношения, представленные ниже, *не* являются функциями.



Соотношение II:

$\{(-5, -2), (-4, 0), (-2, 1), (-1, 3), (-4, 4)\}$

Объясните, как можно изменить каждое из этих соотношений, чтобы каждое из них стало функцией.

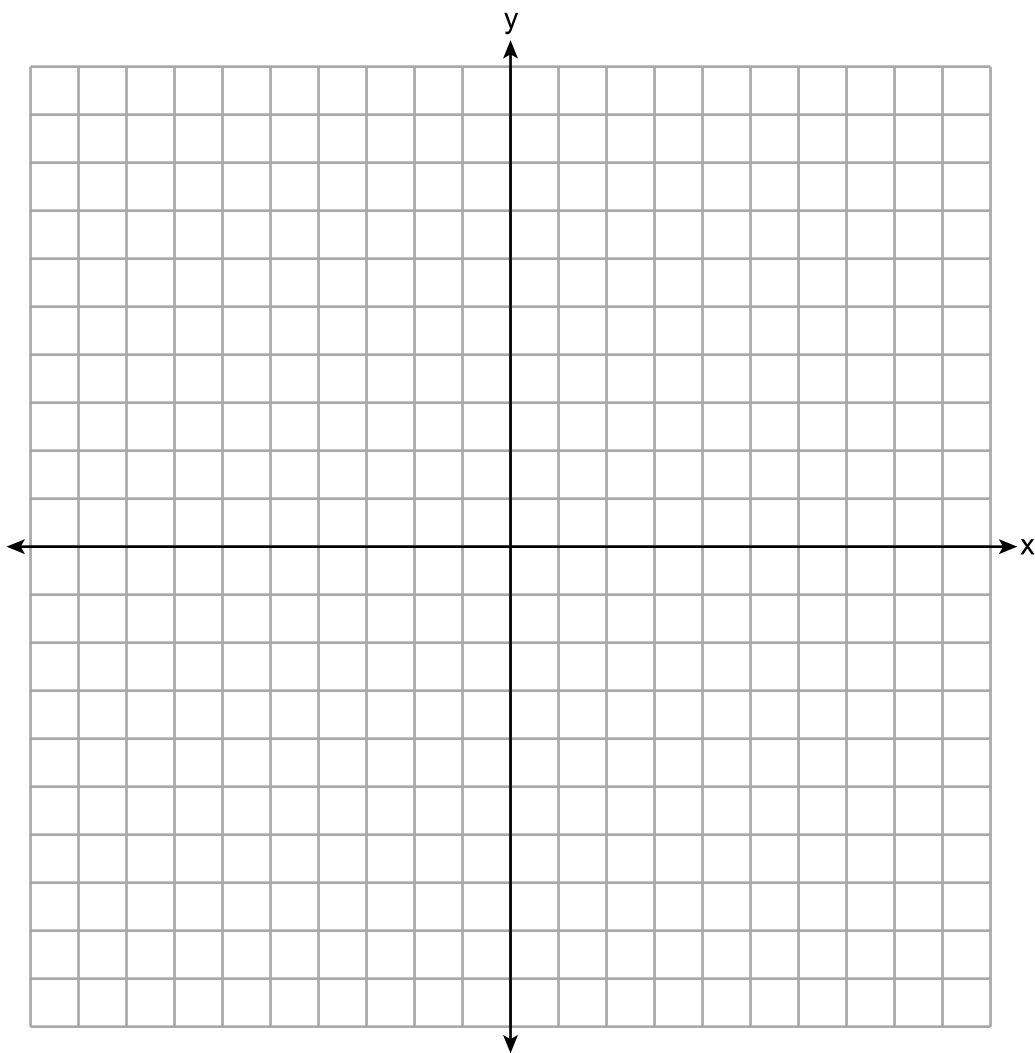
31 Полностью разложите на множители выражение $2x^2 + 16x - 18$.

32 Решите уравнение $3d^2 - 8d + 3 = 0$ алгебраическим способом для всех значений d , округляя до одной десятой.

Часть III

Ответьте на все 4 вопроса этой части. За каждый правильный ответ присваивается 4 балла. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для всех вопросов в этой части, если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [16]

33 Постройте в приведенных ниже координатных осях графики $f(x) = |x| + 1$ и $g(x) = -x^2 + 6x + 1$.

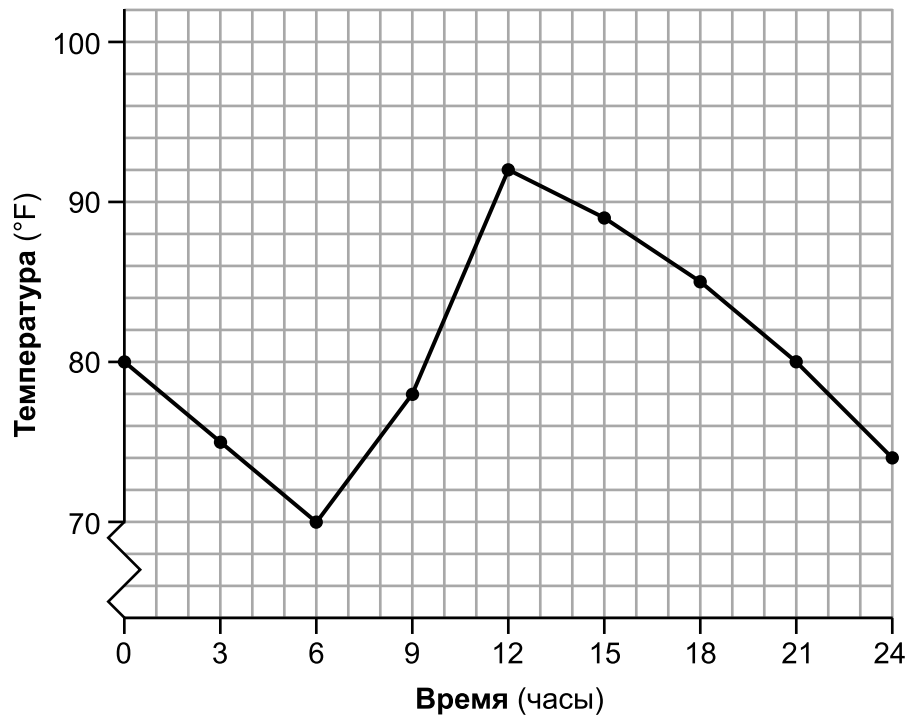


Исходя из своих графиков, определите все значения x , при которых $f(x) = g(x)$.

34 Джин записывала температуры в течение 24 часов одного августовского дня в городе Сиракьюс, штат Нью-Йорк. Ее результаты показаны в таблице, приведенной ниже.

Время (часы)	0	3	6	9	12	15	18	21	24
Температура ($^{\circ}\text{F}$)	80	75	70	78	92	89	85	80	74

Модель ее данных представлена на приведенном ниже графике.



Укажите весь интервал, на протяжении которого температура увеличивается.

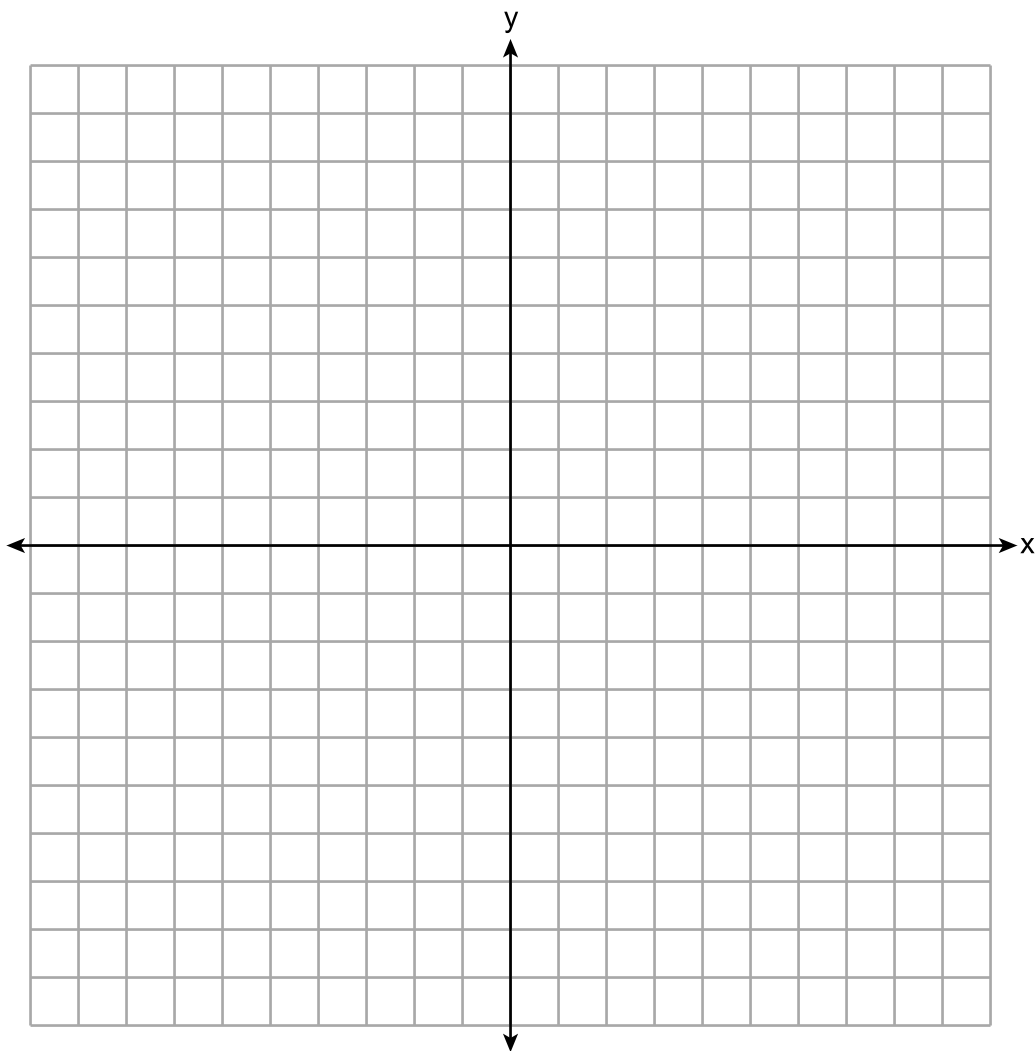
Укажите трехчасовой интервал, в котором скорость изменения температуры была наибольшей.

Укажите среднюю скорость изменения с 12-го по 24-й час. Объясните, что это значит в контексте данной задачи.

35 Решите следующую систему неравенств графическим способом в приведенной ниже системе координат.

$$\begin{aligned}2x + 3y &\geq -6 \\ x &< 3y + 6\end{aligned}$$

Пометьте множество решений буквой S .



Принадлежит ли точка $(4, -2)$ к множеству решений?

Поясните свой ответ.

36 Сюзанна собирала информацию о группе пони и лошадей. Она построила таблицу, в которой показан рост, измеренный в ладонях (лад.), и вес, измеренный в фунтах (ф.), всех пони и лошадей.

Рост (лад.) x	Вес (ф.) y
11	264
12	638
13	700
14	850
15	1000
16	1230
17	1495

Напишите уравнение линейной регрессии для этого набора данных. Округлите все значения до *одной сотой*.

Укажите коэффициент корреляции линейной регрессии. Округлите свой ответ до *одной сотой*.

Объясните, как коэффициент корреляции характеризует линейное приближение данных в контексте данной задачи.

Часть IV

Ответьте на вопрос этой части. За правильный ответ присваивается 6 баллов. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте предоставленную информацию. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [6]

37 Дана покупала растения для своего сада. Она купила три розы и две маргаритки за 31,88 \$. Позднее в тот же день она купила еще две розы и одну маргаритку за 18,92 \$.

Если r обозначает стоимость одной розы, а d обозначает стоимость одной маргаритки, выпишите систему уравнений, моделирующую эту ситуацию.

Используя свою систему уравнений, определите алгебраическим способом стоимость одной розы и стоимость одной маргаритки.

Вопрос 37 продолжается на следующей странице.

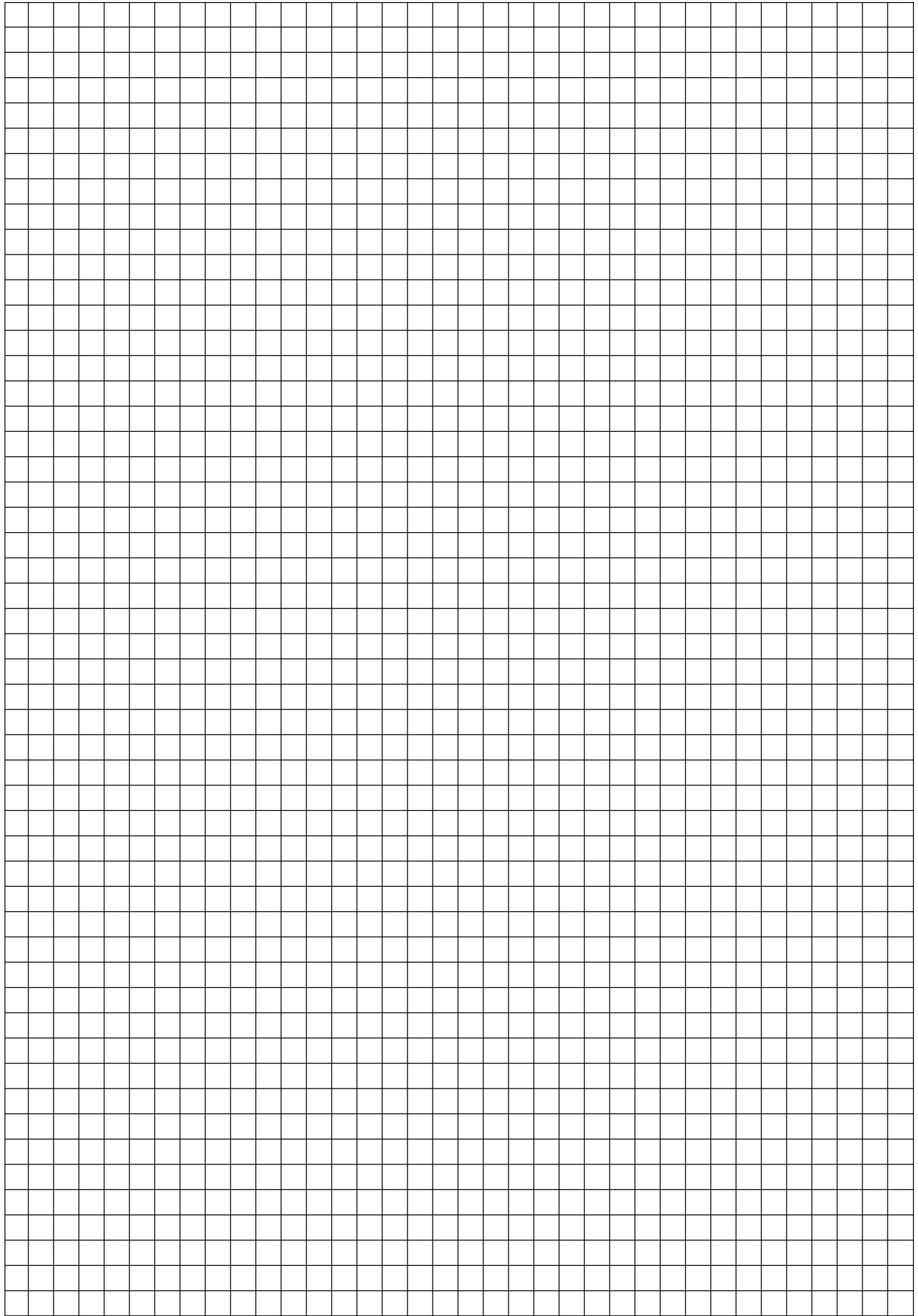
Продолжение вопроса 37

Если бы Дана дождалась распродажи растений, она заплатила бы за каждую розу по 4,50 \$, а за каждую маргаритку — по 6,50 \$. Определите суммарное количество денег, которые она сэкономила бы, если бы покупала растения на распродаже.

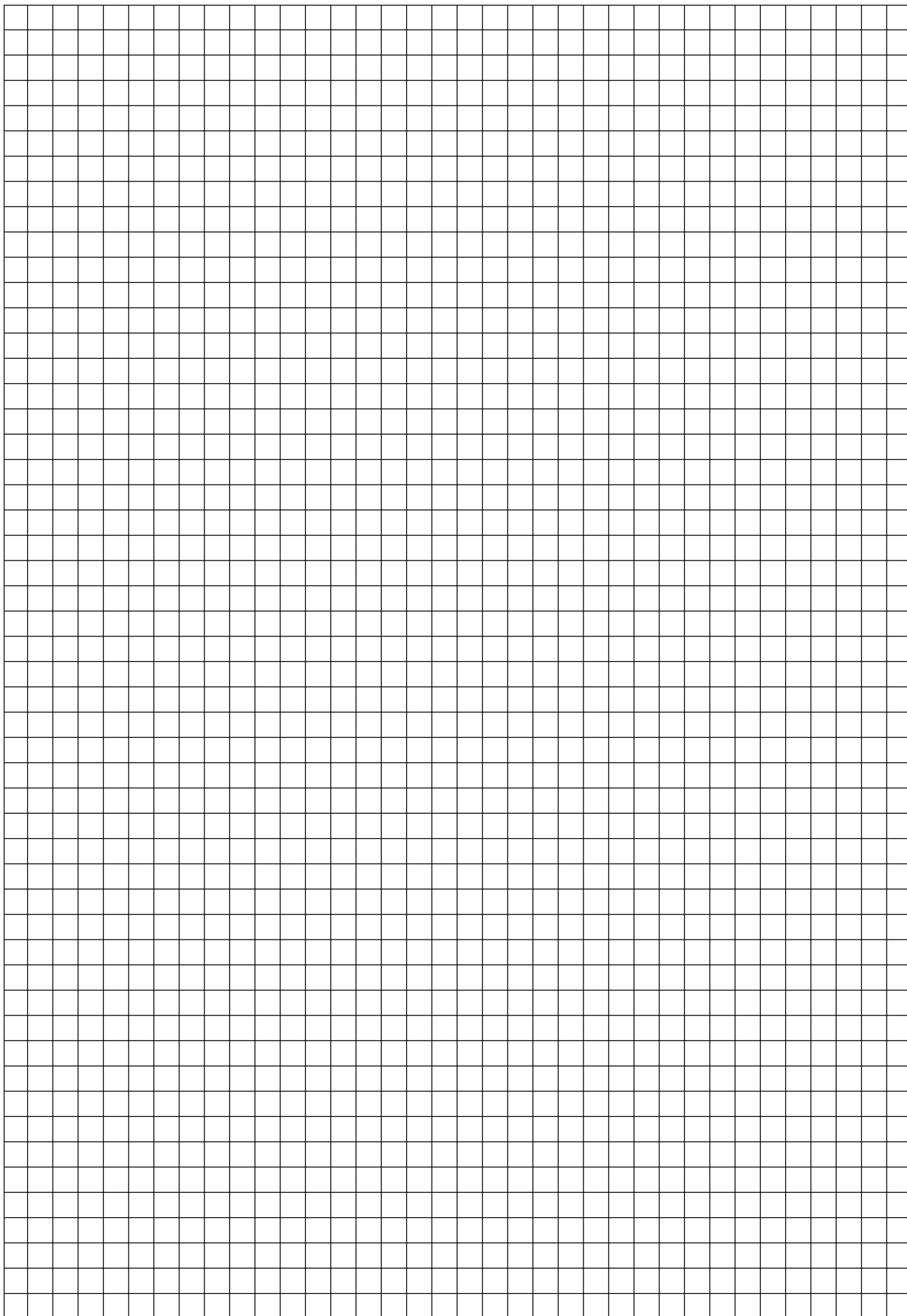
Лист в клеточку для черновика — работа, выполненная на этом листе, не оценивается.

Линия отрыва

Линия отрыва



Лист в клеточку для черновика — работа, выполненная на этом листе, не оценивается.



Линия отрыва

Линия отрыва

Лист справочной информации по математике для средней школы

1 дюйм = 2,54 сантиметра
 1 метр = 39,37 дюйма
 1 миля = 5280 футов
 1 миля = 1760 ярдов
 1 миля = 1,609 километра

1 километр = 0,62 мили
 1 фунт = 16 унций
 1 фунт = 0,454 килограмма
 1 килограмм = 2,2 фунта
 1 тонна = 2000 фунтов

1 стакан = 8 жидких унций
 1 пинта = 2 стакана
 1 кварта = 2 пинты
 1 галлон = 4 кварты
 1 галлон = 3,785 литра
 1 литр = 0,264 галлона
 1 литр = 1000 кубических сантиметров

Треугольник	$A = \frac{1}{2}bh$
Параллелограмм	$A = bh$
Круг	$A = \pi r^2$
Круг	$C = \pi d$ или $C = 2\pi r$
Обычная призма	$V = Bh$
Цилиндр	$V = \pi r^2 h$
Сфера	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Конус	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
Пирамида	$V = \frac{1}{3}Bh$

Теорема Пифагора	$a^2 + b^2 = c^2$
Формула корней квадратного уравнения	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Арифметическая прогрессия	$a_n = a_1 + (n - 1)d$
Геометрическая прогрессия	$a_n = a_1 r^{n-1}$
Геометрический ряд	$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$, где $r \neq 1$
Радииан	1 радиан = $\frac{180}{\pi}$ градусов
Градус	1 градус = $\frac{\pi}{180}$ радиан
Экспоненциальное возрастание/ убывание	$A = A_0 e^{k(t-t_0)} + B_0$

Линия отрыва

Линия отрыва

Линия отрыва

Линия отрыва

