

АЛГЕБРА I (ЕДИННЫЙ КОМПЛЕКС)

Четверг, 26 января 2017 г. — Время строго ограничено с 13:15 до 16:15

Имя и фамилия ученика _____

Наименование школы _____

Наличие или использование любых устройств связи при сдаче этого экзамена строго воспрещено. Наличие или использование каких-либо устройств связи даже очень короткое время повлечет аннулирование результатов экзамена и оценки.

В соответствующих строках вверху напишите свои имя, фамилию и название школы.

Вам выдан отдельный лист для ответов на вопросы части I. Следуя указаниям наблюдателя, заполните ту часть листа для ответов, где указывается информация об учащемся.

Экзамен состоит из четырех частей, которые в общей сложности содержат 37 вопросов. Вам необходимо ответить на все вопросы экзамена. Запишите на отдельном листе для ответов свои ответы на вопросы части I, выбрав их из нескольких альтернативных вариантов. Ответы на вопросы частей II, III и IV запишите прямо в этот буклет. Вся работа должна быть написана ручкой, кроме графиков и чертежей, которые должны быть выполнены карандашом. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб.

В конце буклета находятся формулы, которые могут понадобиться для ответов на некоторые вопросы экзамена. Лист с формулами можно использовать отдельно от буклета, оторвав по линии перфорации.

Не допускается использование черновиков для какой бы то ни было части данного экзамена; вместо черновика можно использовать пустые поля в буклете. В конце буклета имеется лист в клеточку с перфорацией, предназначенный для ответов на вопросы, где построение графиков не обязательно, но может быть полезно. Его также можно отделить от буклета. Любая работа, выполненная на этом листе, оцениваться не будет.

По завершении экзамена вам необходимо подписать напечатанное внизу листа для ответов заявление, подтверждающее, что до начала экзамена вы не были никоим образом ознакомлены ни с экзаменационными вопросами, ни с ответами на них, а в ходе экзамена никому не оказывали и ни от кого не получали помощь в ответе ни на один экзаменационный вопрос. Если вы не подпишете это заявление, ваш лист с ответами не будет принят.

Примечание

Во время сдачи экзамена необходимо иметь при себе графический калькулятор и линейку.

НЕ ОТКРЫВАЙТЕ ЭТОТ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БУКЛЕТ, ПОКА НЕ БУДЕТ ПОДАН СИГНАЛ.

Часть I

Ответьте на все 24 вопроса этой части. За каждый правильный ответ присваивается 2 балла. Неполное количество баллов не выставляется. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для каждого утверждения или вопроса выберите из предоставленных вариантов слово или выражение, которое наилучшим образом дополняет утверждение или отвечает на вопрос. Запишите свои ответы на отдельном листе для ответов. [48]

Используйте пустые поля
для вычислений.

1 Какое выражение эквивалентно выражению $16x^2 - 36$?

- (1) $4(2x - 3)(2x - 3)$ (3) $(4x - 6)(4x - 6)$
(2) $4(2x + 3)(2x - 3)$ (4) $(4x + 6)(4x + 6)$

2 Каково множество решений уравнения $(x - 2)(x - a) = 0$?

- (1) -2 и a (3) 2 и a
(2) -2 и $-a$ (4) 2 и $-a$

3 При анализе данных статистического исследования была обнаружена линейная зависимость между данными с коэффициентом корреляции $-0,524$. В каком утверждении лучше всего сформулирован этот результат?

- (1) Существует сильная положительная корреляция между переменными.
(2) Существует сильная отрицательная корреляция между переменными.
(3) Существует средняя положительная корреляция между переменными.
(4) Существует средняя отрицательная корреляция между переменными.

4 Закон Бойля связывает давление и объем газа в резервуаре. Он может быть представлен формулой $P_1V_1 = P_2V_2$. Если решить эту формулу относительно P_2 , результат будет иметь вид

- (1) $P_1V_1V_2$ (3) $\frac{P_1V_1}{V_2}$
(2) $\frac{V_2}{P_1V_1}$ (4) $\frac{P_1V_2}{V_1}$

Используйте пустые поля
для вычислений.

- 5 Чтобы определить стиль музыки для вещания, радиостанция провела опрос с участием выборки учащихся средней школы, старшей школы и колледжа. У них спросили, музыку какого из трех различных стилей они предпочли бы слушать по радио: хип-хоп, альтернативную музыку или классический рок. Результаты опроса суммированы в таблице ниже.

	Хип-хоп	Альтернативная музыка	Классический рок
Средняя школа	28	18	4
Старшая школа	22	22	6
Колледж	16	20	14

Какой процент учащихся колледжа предпочитает классический рок?

- (1) 14 % (3) 33 %
(2) 28 % (4) 58 %

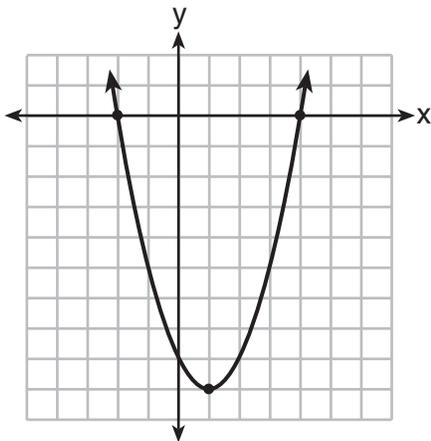
- 6 Какая функция принимает нулевое значение в точках -4 и 2 ?

$$f(x) = x^2 + 7x - 8$$

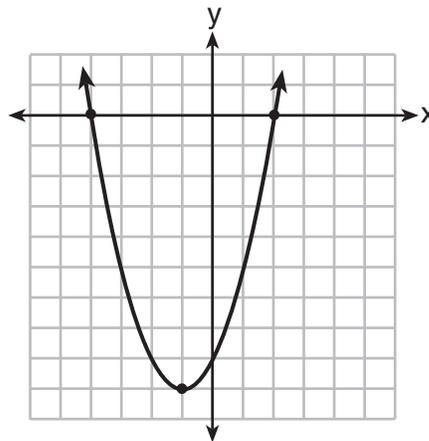
(1)

$$g(x) = x^2 - 7x - 8$$

(3)



(2)



(4)

**Используйте пустые поля
для вычислений.**

7 Какое выражение эквивалентно выражению $2(3g - 4) - (8g + 3)$?

(1) $-2g - 1$

(3) $-2g - 7$

(2) $-2g - 5$

(4) $-2g - 11$

8 В 2014 г. стоимость отправки письма массой не более одной унции составляла 49 центов. За каждую дополнительную унцию доплачивался 21 цент. С помощью какой рекурсивной функции можно определить стоимость в центах отправки письма массой 3 унции?

(1) $a_1 = 49; a_n = a_{n-1} + 21$

(2) $a_1 = 0; a_n = 49a_{n-1} + 21$

(3) $a_1 = 21; a_n = a_{n-1} + 49$

(4) $a_1 = 0; a_n = 21a_{n-1} + 49$

9 Автомобиль выезжает из Олбани, штат Нью-Йорк, и едет на запад в сторону Буффало, штат Нью-Йорк. Уравнение $D = 280 - 59t$ может быть использовано для вычисления расстояния D до Буффало через t часов. В этом уравнении число 59 представляет

(1) расстояние между автомобилем и Олбани

(2) скорость автомобиля

(3) расстояние между Буффало и Олбани

(4) продолжительность поездки в часах

10 Фейт хочет использовать формулу $C(f) = \frac{5}{9}(f - 32)$ для преобразования градусов Фаренгейта f в градусы Цельсия $C(f)$. Если Фейт вычисляет значение $C(68)$, каким будет результат?

(1) 20° Цельсия

(3) 154° Цельсия

(2) 20° Фаренгейта

(4) 154° Фаренгейта

- 11 Какой сценарий представляет экспоненциальное возрастание?
- (1) Водяной резервуар заполняется со скоростью 2 галлона в минуту.
 - (2) Виноград вырастает на 6 дюймов каждую неделю.
 - (3) Численность популяции определенного вида мух удваивается каждый месяц в течение лета.
 - (4) Расстояние между автомобилем и гаражом увеличивается при движении автомобиля с постоянной скоростью 25 миль в час.

- 12 Каково минимальное значение функции $y = |x + 3| - 2$?
- (1) -2
 - (2) 2
 - (3) 3
 - (4) -3

- 13 Какой тип зависимости существует между количеством страниц, напечатанных на принтере, и объемом чернил, использованным этим принтером?
- (1) положительная корреляция, но не причинная связь
 - (2) положительная корреляция, а также причинная связь
 - (3) отрицательная корреляция, но не причинная связь
 - (4) отрицательная корреляция, а также причинная связь

- 14 Компьютерное приложение генерирует последовательность музыкальных нот с использованием функции $f(n) = 6(16)^n$, где n — номер ноты в последовательности, а $f(n)$ — частота ноты в герцах. Какая функция будет генерировать такую же последовательность нот, как функция $f(n)$?
- (1) $g(n) = 12(2)^{4n}$
 - (2) $h(n) = 6(2)^{4n}$
 - (3) $p(n) = 12(4)^{2n}$
 - (4) $k(n) = 6(8)^{2n}$

Используйте пустые поля
для вычислений.

15 Какое значение x является решением уравнения $13 - 36x^2 = -12$?

(1) $\frac{36}{25}$

(3) $-\frac{6}{5}$

(2) $\frac{25}{36}$

(4) $-\frac{5}{6}$

16 Какая точка является решением представленной ниже системы?

$$2y < -12x + 4$$

$$y < -6x + 4$$

(1) $(1, \frac{1}{2})$

(3) $(-\frac{1}{2}, 5)$

(2) $(0, 6)$

(4) $(-3, 2)$

17 Если функцию $f(x) = x^2$ умножить на число a , где $a > 1$, график новой функции $g(x) = ax^2$

(1) будет открыт сверху и станет шире

(2) будет открыт сверху и станет уже

(3) будет открыт снизу и станет шире

(4) будет открыт снизу и станет уже

18 У Энди на счете в банке лежит 310\$. Каждую неделю w он снимает 30\$ на расходы. Какое выражение можно использовать, если требуется найти, сколько денег останется через 8 недель?

(1) $310 - 8w$

(3) $310w - 30$

(2) $280 + 30(w - 1)$

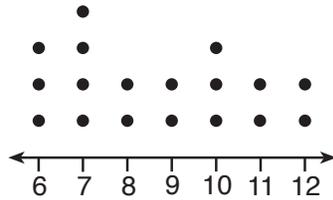
(4) $280 - 30(w - 1)$

Используйте пустые поля для вычислений.

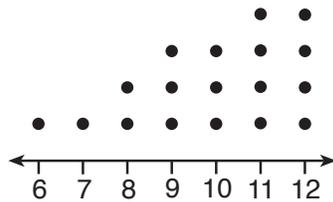
19 Для расчета ежедневных производственных затрат на фабрике используется функция $c(x) = 200 + 16x$, где x — число произведенных готовых изделий. Какое множество чисел лучше всего задает область определения функции $c(x)$?

- (1) целые числа (3) положительные рациональные числа
(2) положительные действительные числа (4) натуральные числа

20 Ноа провел исследование, посвященное участию в спортивных играх. На следующих двух точечных диаграммах он представил распределение по возрасту числа учащихся, которые занимаются футболом и баскетболом.



Возраст игроков в футбол



Возраст игроков в баскетбол

Какое утверждение об этих наборах данных является верным?

- (1) Данные по игрокам в футбол скошены вправо.
(2) Данные по игрокам в футбол имеют меньший разброс по сравнению с данными по игрокам в баскетбол.
(3) Данные по игрокам в баскетбол имеют ту же медиану, что и данные по игрокам в футбол.
(4) Среднее значение данных по игрокам в баскетбол больше, чем по игрокам в футбол.

Используйте пустые поля для вычислений.

21 Ниже представлен график средней частоты сердечных сокращений в состоянии покоя. Средняя частота сердечных сокращений для взрослых составляет 72 удара в минуту, но медики считают нормальной частоту в состоянии покоя в диапазоне 60–100 ударов в минуту.



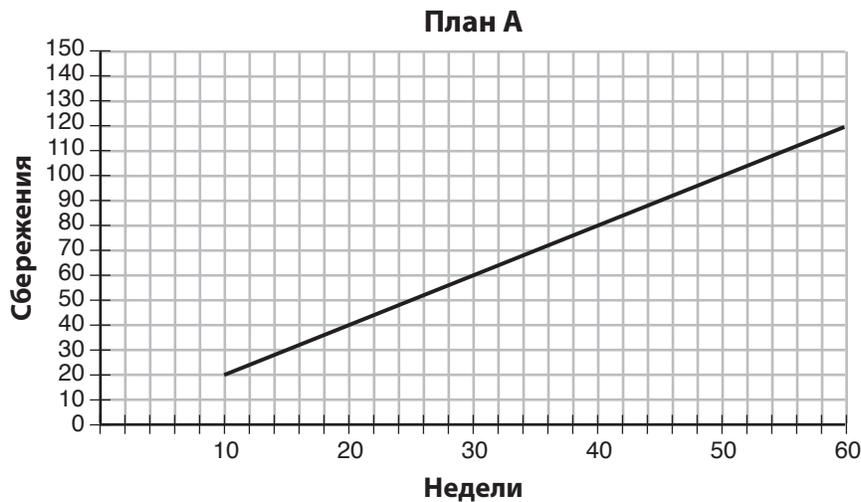
Какое утверждение относительно средней частоты сердечных сокращений в состоянии покоя *не* подкрепляется графиком?

- (1) Средняя частота сердечных сокращений в состоянии покоя у 10-летних та же, что и у 20-летних.
- (2) Средняя частота сердечных сокращений в состоянии покоя у 20-летних та же, что и у 30-летних.
- (3) Средняя частота сердечных сокращений у 40-летнего человека может оставаться неизменной в течение десяти лет.
- (4) Средняя частота сердечных сокращений у подростков постоянно уменьшается.

22 Для решения уравнения $2x^2 - 12x + 6 = 0$ использовался метод дополнения до полного квадрата. Какое уравнение является правильным шагом при использовании этого метода?

- | | |
|----------------------|----------------------|
| (1) $(x - 3)^2 = 6$ | (3) $(x - 3)^2 = 3$ |
| (2) $(x - 3)^2 = -6$ | (4) $(x - 3)^2 = -3$ |

- 23 Нэнси работает в компании, предлагающей два типа сберегательных планов. План А представлен на графике ниже.



План В представлен функцией $f(x) = 0,01 + 0,05x^2$, где x — количество недель. Нэнси хочет, чтобы через год сумма ее сбережений была максимально возможной. Нэнси выбирает план В.

Ее решение

- (1) правильное, так как план В представляет собой экспоненциальную функцию и обеспечивает рост с большей скоростью
 - (2) правильное, так как план В представляет собой квадратичную функцию и обеспечивает рост с большей скоростью
 - (3) неправильное, так как план А позволяет получить более высокое значение через 1 год
 - (4) неправильное, так как план В представляет собой квадратичную функцию и обеспечивает рост с меньшей скоростью
- 24 Победитель Бостонского марафона 2014 г. пробегает 120 миль в неделю. Его пробег в милях за последние несколько недель тренировок для подготовки к этому соревнованию можно смоделировать с помощью функции $M(w) = 120(0,90)^{w-1}$, где w представляет количество недель с начала тренировок. Какое утверждение относительно модели $M(w)$ является истинным?
- (1) Расстояние в милях, которое он пробегает, будет увеличиваться на 90 % каждую неделю.
 - (2) Расстояние в милях, которое он пробегает, будет составлять 10 % от расстояния за предыдущую неделю.
 - (3) $M(w)$ представляет общее расстояние в милях, которое он пробегает за данную неделю.
 - (4) w представляет число недель, оставшихся до марафона.

Часть II

Ответьте на все 8 вопросов этой части. За каждый правильный ответ присваивается 2 балла. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для всех вопросов в этой части, если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [16]

25 Пытаясь решить систему уравнений $y = 3x - 2$ и $6x - 2y = 4$, Джон построил график этих двух уравнений на графическом калькуляторе. Так как Джон видел только одну линию, он написал, что решением системы является пустое множество. Прав ли он? Поясните свой ответ.

26 Обычная марафонская дистанция составляет 26,2 мили. Во время марафона Аллан пробегает в час в среднем 12 километров.

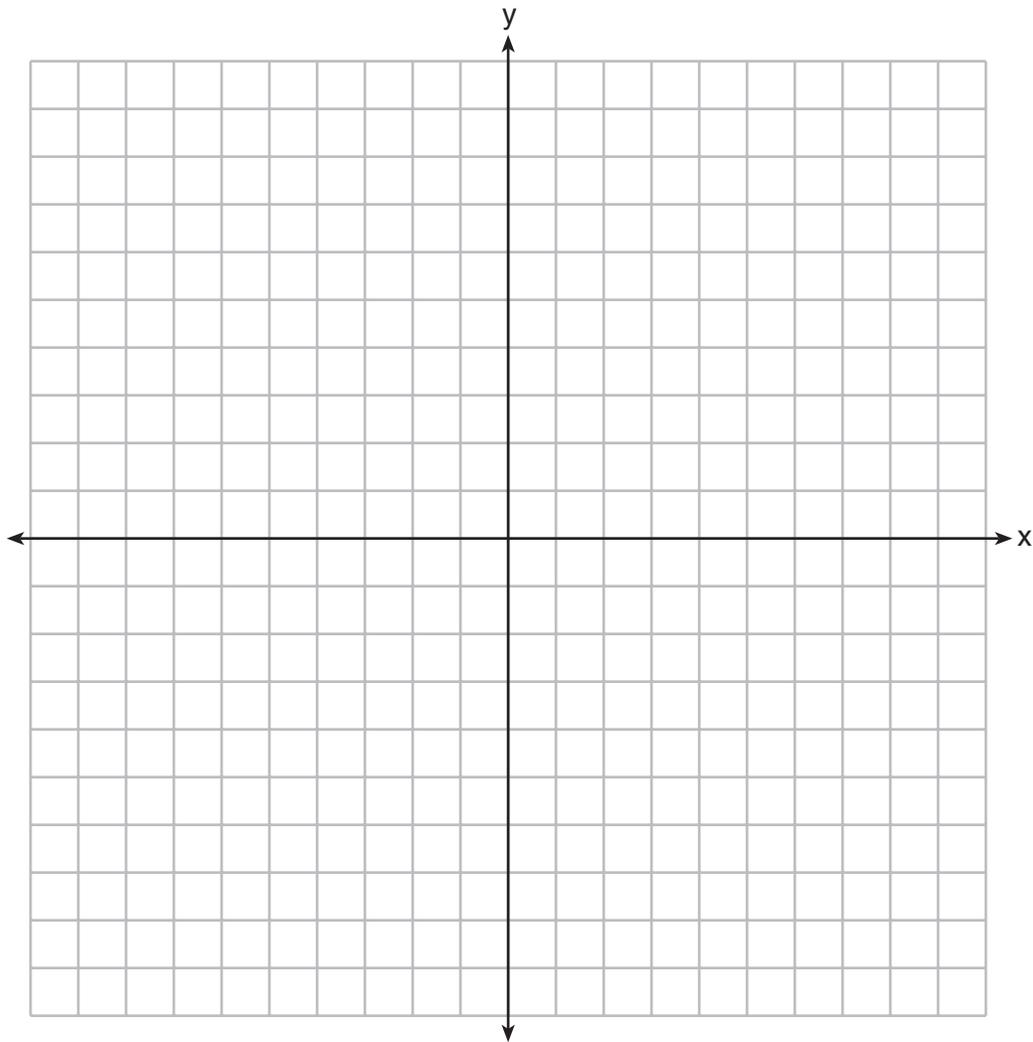
Определите с точностью до одной десятой часа, сколько времени потребуется Аллану, чтобы пробежать всю марафонскую дистанцию. Обоснуйте свой ответ.

27 Решите представленное ниже неравенство:

$$1,8 - 0,4y \geq 2,2 - 2y$$

- 28 Джейкоб выполняет домашнее задание по математике. Он решил, что значение выражения $\frac{1}{3} + \frac{6\sqrt{5}}{7}$ должно быть рациональным числом, поскольку это дробь. Прав ли Джейкоб? Поясните свой ответ.

29 Постройте график неравенства $y > 2x - 5$ в представленной ниже системе координат. Укажите координаты одной точки в области его решений.



30 Сэнди программирует процесс оформления заказов и оплаты на сайте с использованием уравнения для расчета суммы, на которую клиентам будет выставляться счет при загрузке композиций.

Сайт предлагает скидку. В случае приобретения одной песни за полную цену 1,29\$ каждая дополнительная песня будет стоить 0,99\$.

Запишите уравнение, которое представляет стоимость C при загрузке s песен.

Сэнди подсчитала, что за 52 песни ей придется заплатить 52,77\$. Это правильная сумма? Обоснуйте свой ответ.

31 Семья едет из дома в отпуск в курортный отель. В таблице ниже представлено расстояние между ними и домом как функция времени.

Время (ч.)	0	2	5	7
Расстояние (мили)	0	140	375	480

Определите среднюю скорость изменения функции между 2-м и 7-м часами, а также единицы измерения.

32 Нора утверждает, что график окружности является функцией, так как она может начертить весь график, не отрывая карандаша от бумаги.

Миа говорит, что график окружности *не* является функцией, так как несколько значений x сопоставляются с одним и тем же значением y .

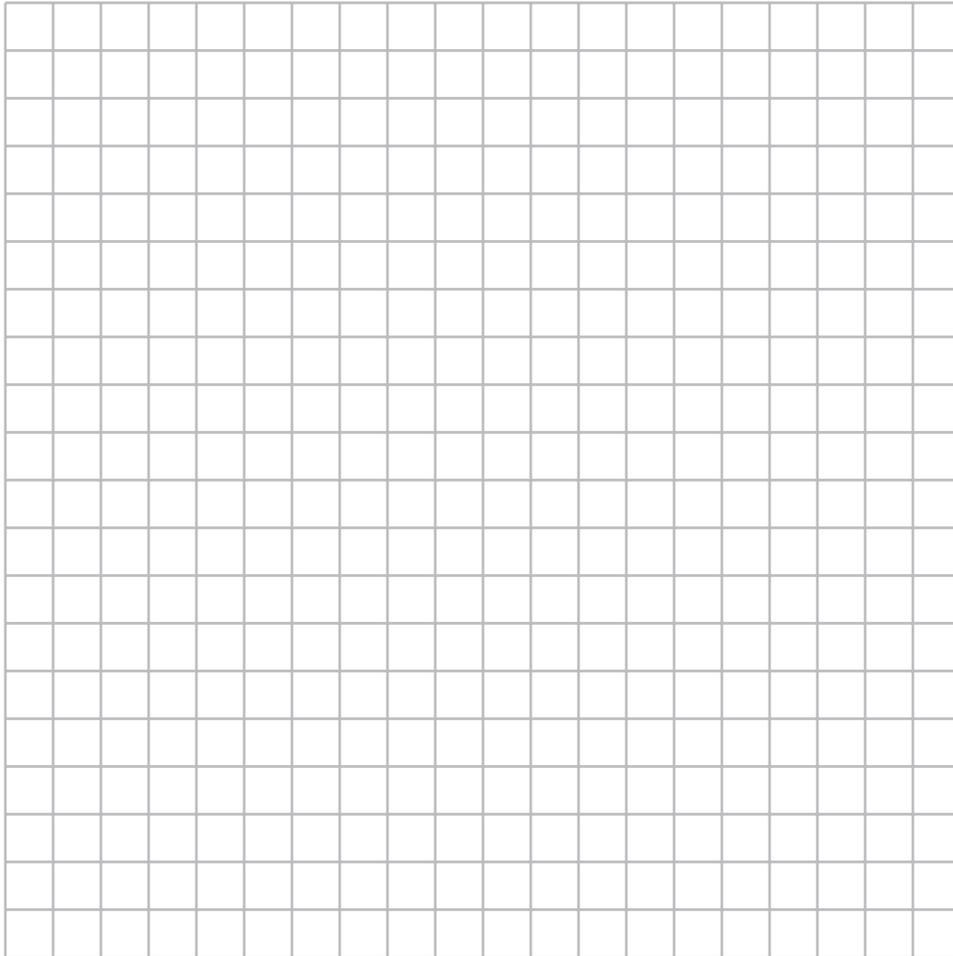
Определите, кто из них прав, и полностью обоснуйте свой ответ.

Часть III

Ответьте на все 4 вопроса этой части. За каждый правильный ответ присваивается 4 балла. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для всех вопросов в этой части, если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [16]

33 Постройте графики функций $f(x) = |x|$ и $g(x) = -x^2 + 6$ на сетке ниже.

Верно ли равенство $f(-2) = g(-2)$? Используйте график для обоснования утвердительного или отрицательного ответа.



34 Два друга пришли в ресторан, где заказали одну обычную пиццу и две газировки. Общая стоимость счета составила 15,95\$. Позже в тот же день этот ресторан посетили пять друзей. Они заказали три обычных пиццы, а также каждый из них заказал по одной газировке. Общая стоимость счета составила 45,90\$.

Запишите и решите систему уравнений для определения стоимости одной обычной пиццы.
[Полный балл присваивается только за решение алгебраическим способом.]

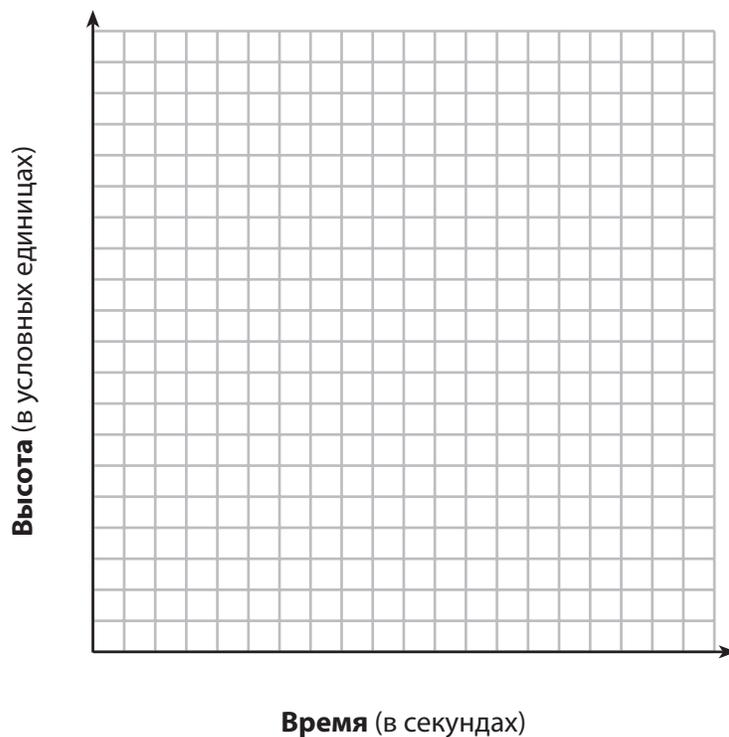
35 Таня изготавливает самодельные открытки. В таблице данных ниже представлена затрачиваемая сумма в долларах $f(x)$ в зависимости от количества изготовленных открыток x .

x	$f(x)$
4	7,50
6	9
9	11,25
10	12

Запишите линейную функцию $f(x)$, которая представляет эти данные.

Поясните, что в данном контексте означают наклон и точка пересечения с осью y графика функции $f(x)$.

- 36** Алекс подбросил мяч в воздух. Высоту, на которой находится мяч, можно представить уравнением $h = -8t^2 + 40t + 5$, где h — высота в условных единицах, а t — время в секундах с момента подбрасывания мяча. Постройте график уравнения для промежутка времени с $t = 0$ по $t = 5$ секунд.



Определите координаты вершины графика и поясните ее значение в контексте данной задачи.

Часть IV

Ответьте на вопрос этой части. За правильный ответ присваивается 6 баллов. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т. п. Для определения ответа используйте предоставленную информацию. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [6]

37 Иэн занимает у родителей 1000\$ на покупку ноутбука. Он планирует возвращать долг платежами по 60\$ в месяц. Кен занимает у родителей 600\$ на покупку сноуборда. Он планирует возвращать долг платежами по 20\$ в месяц.

Запишите уравнение, с помощью которого можно определить, через сколько месяцев оба мальчика будут должны одинаковые суммы.

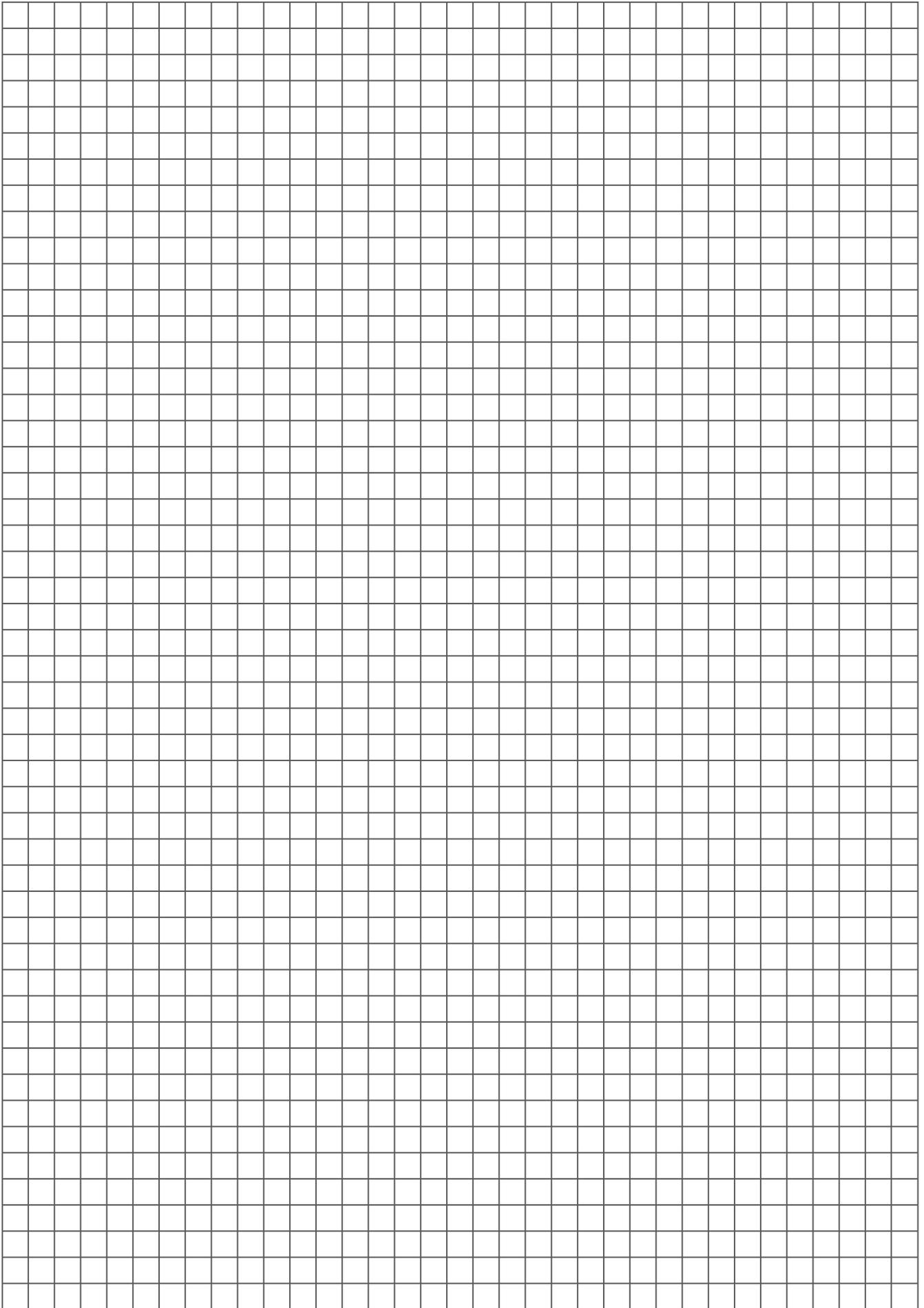
Определите алгебраическим способом и укажите, через сколько месяцев оба мальчика будут должны одинаковые суммы. Укажите размер их долга на этот момент.

Иэн утверждает, что выплатит свой долг через 6 месяцев после того, как сравняются суммы его долга и долга Кена. Определите и ответьте, прав ли Иэн. Поясните свой ответ.

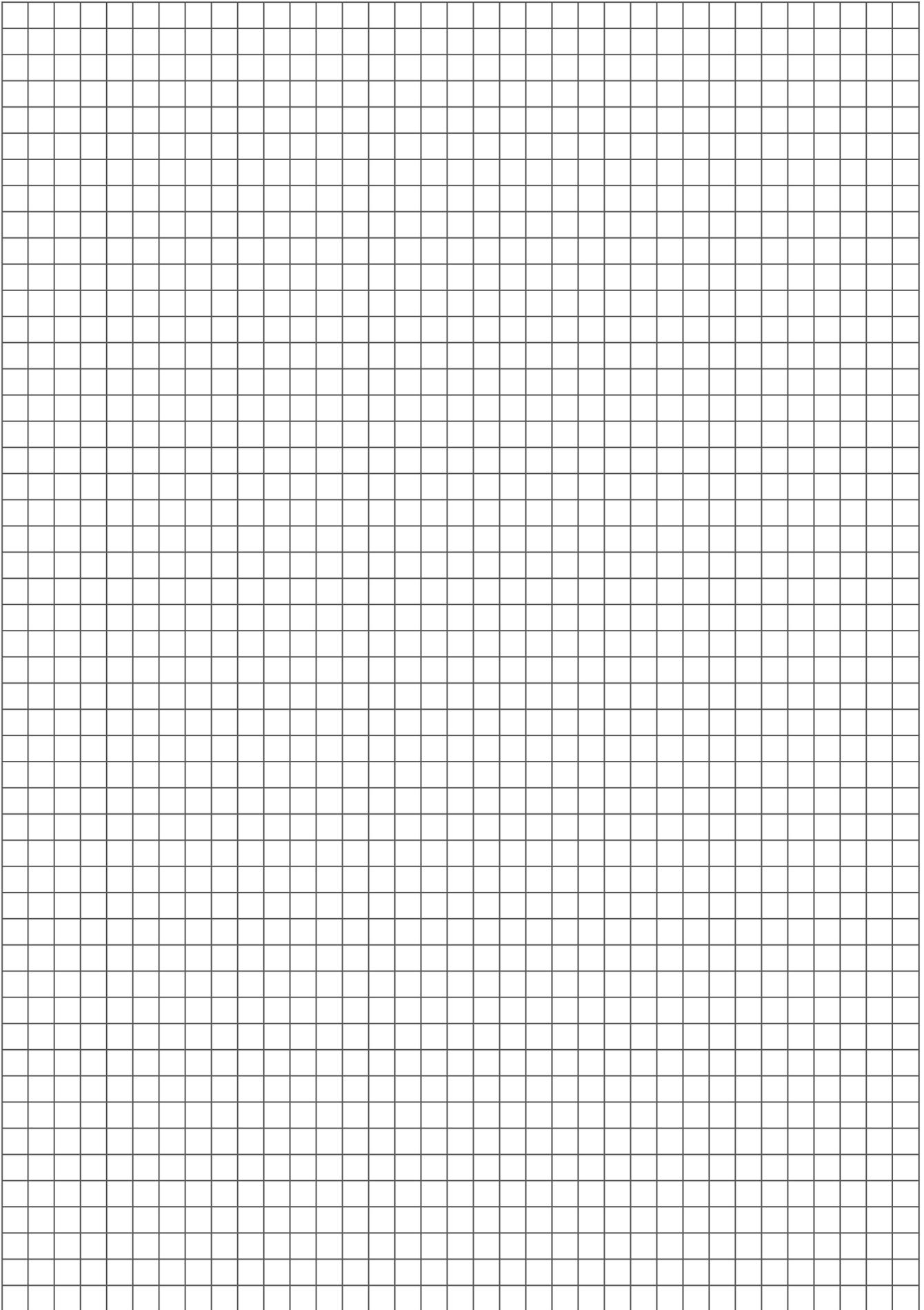
Лист в клеточку для черновика — работа, выполненная на этом листе, не оценивается.

Линия отрыва

Линия отрыва



Лист в клеточку для черновика — работа, выполненная на этом листе, не оценивается.



Линия отрыва

Линия отрыва

Лист справочной информации по математике для средней школы

1 дюйм = 2,54 сантиметра	1 километр = 0,62 мили	1 чашка = 8 жидких унций
1 метр = 39,37 дюйма	1 фунт = 16 унций	1 пинта = 2 чашки
1 миля = 5280 футов	1 фунт = 0,454 килограмма	1 кварта = 2 пинты
1 миля = 1760 ярдов	1 килограмм = 2,2 фунта	1 галлон = 4 кварты
1 миля = 1,609 километра	1 тонна = 2000 фунтов	1 галлон = 3,785 литра
		1 литр = 0,264 галлона
		1 литр = 1000 кубических сантиметров

Треугольник	$A = \frac{1}{2}bh$
Параллелограмм	$A = bh$
Круг	$A = \pi r^2$
Круг	$C = \pi d$ или $C = 2\pi r$
Обычная призма	$V = Bh$
Цилиндр	$V = \pi r^2 h$
Сфера	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Конус	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
Пирамида	$V = \frac{1}{3}Bh$

Теорема Пифагора	$a^2 + b^2 = c^2$
Формула корней квадратного уравнения	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Арифметическая прогрессия	$a_n = a_1 + (n - 1)d$
Геометрическая прогрессия	$a_n = a_1 r^{n - 1}$
Геометрический ряд	$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$, где $r \neq 1$
Радян	1 радиан = $\frac{180}{\pi}$ градусов
Градус	1 градус = $\frac{\pi}{180}$ радиан
Экспоненциальное возрастание/убывание	$A = A_0 e^{k(t - t_0)} + B_0$

