

АЛГЕБРА I

Среда, 22 января 2020 г. — Время строго ограничено с 13:15 до 16:15

Имя и фамилия ученика _____

Наименование школы _____

Наличие или использование любых устройств связи при сдаче этого экзамена строго воспрещено. Наличие или использование каких-либо устройств связи даже очень короткое время повлечет аннулирование результатов экзамена и оценки.

В соответствующих строках вверху напишите свои имя, фамилию и название школы.

Вам выдан отдельный лист для ответов на вопросы **части I**. Следуя указаниям наблюдателя, заполните ту часть листа для ответов, где указывается информация об учащемся.

Экзамен состоит из четырех частей, которые в общей сложности содержат 37 вопросов. Вам необходимо ответить на все вопросы экзамена. Запишите на отдельном листе для ответов свои ответы на вопросы части I, выбрав их из нескольких альтернативных вариантов. Ответы на вопросы **частей II, III и IV** запишите прямо в этот буклет. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т.п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб.

В конце буклета находятся формулы, которые могут понадобиться для ответов на некоторые вопросы экзамена. Лист с формулами можно использовать отдельно от буклета, оторвав по линии перфорации.

Не допускается использование черновиков для какой бы то ни было части данного экзамена; вместо черновика можно использовать пустые поля в буклете. В конце буклета имеется лист в клеточку с перфорацией, предназначенный для ответов на вопросы, где построение графиков не обязательно, но может быть полезно. Его также можно отделить от буклета. Любая работа, выполненная на этом листе, оцениваться *не* будет.

По завершении экзамена вам необходимо подписать напечатанное внизу листа для ответов заявление, подтверждающее, что до начала экзамена вы не были никоим образом ознакомлены ни с экзаменационными вопросами, ни с ответами на них, а в ходе экзамена никому не оказывали и ни от кого не получали помощь в ответе ни на один экзаменационный вопрос. Лист с ответами не будет принят, если заявление не будет подписано вами.

Примечание

Во время сдачи экзамена необходимо иметь при себе графический калькулятор и линейку.

НЕ ОТКРЫВАЙТЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БУКЛЕТ, ПОКА НЕ БУДЕТ ПОДАН СИГНАЛ.

Часть I

Ответьте на все 24 вопроса этой части. За каждый правильный ответ присваивается 2 балла. Неполное количество баллов не выставляется. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для каждого утверждения или вопроса выберите из предоставленных вариантов слово или выражение, которое наилучшим образом дополняет утверждение или отвечает на вопрос. Запишите свои ответы на отдельном листе для ответов. [48]

Используйте пустые поля для вычислений.

1 Если $f(x) = 2(3^x) + 1$, каково значение $f(2)$?

- (1) 13 (3) 37
(2) 19 (4) 54

2 В старшей школе проводился турнир по бадминтону. В каждом туре из соревнований выбывала половина участников. Если в начале турнира в нем участвовали 64 человека, какое уравнение описывает число участников, оставшихся после 3 туров?

- (1) $y = 64(1 - 0,5)^3$ (3) $y = 64(1 - 0,3)^{0,5}$
(2) $y = 64(1 + 0,5)^3$ (4) $y = 64(1 + 0,3)^{0,5}$

3 Если $7x + 2 \geq 58$, какое число *не* принадлежит к множеству решений?

- (1) 6 (3) 10
(2) 8 (4) 12

4 В какой таблице может быть представлена функция?

x	f(x)
1	4
2	2
3	4
2	6

(1)

x	h(x)
2	6
0	4
1	6
2	2

(3)

x	g(x)
1	2
2	4
3	6
4	2

(2)

x	k(x)
2	2
3	2
4	6
3	6

(4)

Используйте пустые поля
для вычислений.

5 При каком значении x равенство $\frac{x-3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{17}{12}$ истинно?

(1) 8

(3) 0

(2) 6

(4) 4

6 Какое выражение эквивалентно выражению $18x^2 - 50$?

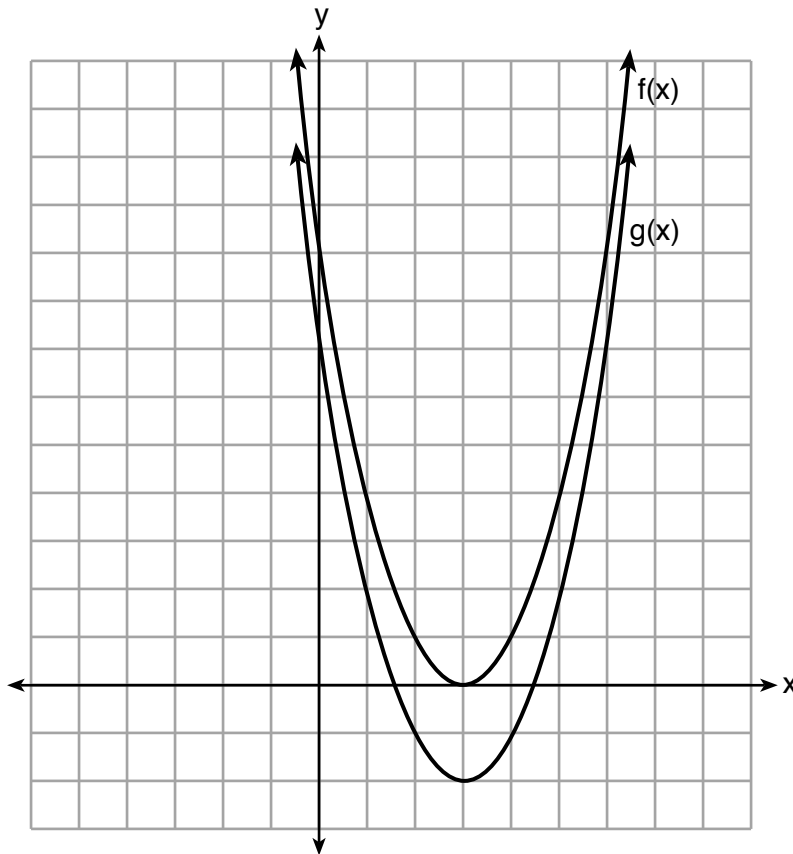
(1) $2(3x + 5)^2$

(3) $2(3x - 5)(3x + 5)$

(2) $2(3x - 5)^2$

(4) $2(3x - 25)(3x + 25)$

7 Ниже представлены графики функций $f(x) = x^2 - 6x + 9$ и $g(x) = f(x) + k$.



Какое значение k дает график функции $g(x)$?

(1) 0

(3) -3

(2) 2

(4) -2

Используйте пустые поля
для вычислений.

8 Заштрихованные клетки на приведенных ниже рисунках представляют собой последовательность.

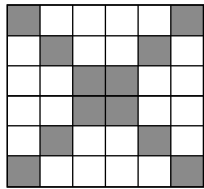


Рисунок 1

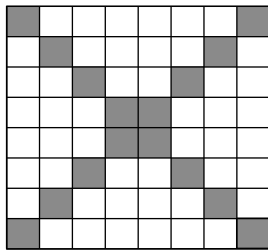


Рисунок 2

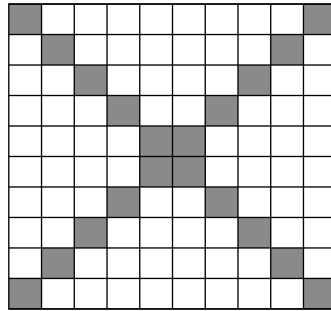


Рисунок 3

Если на рисунке 1 представлен первый член последовательности и закономерность сохранится, сколько заштрихованных клеток будет на рисунке 35?

- (1) 55 (3) 420
(2) 148 (4) 805

9 Функция $f(x) = x^3 - 9x^2$ имеет нули в точках

- (1) только 9 (3) только 0 и 3
(2) 0 и 9 (4) -3, 0 и 3

10 В средней школе провели опрос учеников, чтобы определить, тратят ли они больше времени на игры или на просмотр видео на планшетах. Результаты показаны в таблице ниже.

	Игры	Просмотр видео	Всего
Мальчики	138	46	184
Девочки	54	142	196
Всего	192	188	380

Какова была приблизительная процентная доля мальчиков среди тех учеников, которые тратят больше времени на игры на планшетах?

- (1) 41 (3) 72
(2) 56 (4) 75

Используйте пустые поля для вычислений.

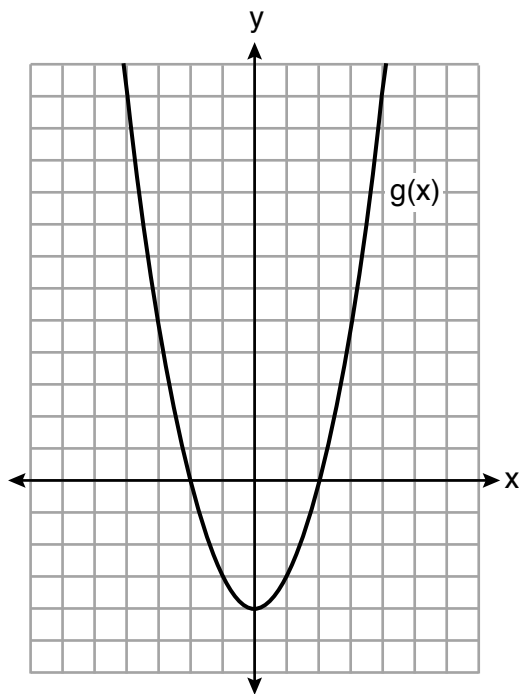
11 Какое утверждение лучше всего описывает решение уравнения с двумя переменными?

- (1) Упорядоченные пары должны лежать на графике уравнения.
- (2) Упорядоченные пары должны лежать вблизи графика уравнения.
- (3) Одна из координат упорядоченных пар должна быть $x = 0$.
- (4) Одна из координат упорядоченных пар должна быть $y = 0$.

12 Выражение $x^2 - 10x + 24$ эквивалентно выражению

- (1) $(x + 12)(x - 2)$
- (2) $(x - 12)(x + 2)$
- (3) $(x + 6)(x + 4)$
- (4) $(x - 6)(x - 4)$

13 Какое утверждение верно для представленных ниже функций $f(x)$ и $g(x)$?



$$f(x) = -x^2 - 4x - 4$$

- (1) Наименьшее значение $g(x)$ больше, чем наибольшее значение $f(x)$.
- (2) Функции $f(x)$ и $g(x)$ отсекают на оси y один и тот же отрезок.
- (3) Функции $f(x)$ и $g(x)$ имеют одинаковые корни.
- (4) $f(x) = g(x)$ при $x = -4$.

**Используйте пустые поля
для вычислений.**

14 Уравнение $V(t) = 12\,000(0,75)^t$ описывает стоимость мотоцикла через t лет после его покупки. Какое утверждение верно?

- (1) На момент покупки мотоцикл стоил 9000 \$.
- (2) На момент покупки мотоцикл стоил 12 000 \$.
- (3) Каждый год стоимость мотоцикла уменьшается на 75 %.
- (4) Каждый год стоимость мотоцикла уменьшается на 0,25 %.

15 Решения уравнения $(x + 4)^2 - 2 = 7$ — это

- (1) $-4 \pm \sqrt{5}$
- (2) $4 \pm \sqrt{5}$
- (3) -1 и -7
- (4) 1 и 7

16 Какое выражение *не* эквивалентно выражению

$$-4x^3 + x^2 - 6x + 8?$$

- (1) $x^2(-4x + 1) - 2(3x - 4)$
- (2) $x(-4x^2 - x + 6) + 8$
- (3) $-4x^3 + (x - 2)(x - 4)$
- (4) $-4(x^3 - 2) + x(x - 6)$

17 Какую ситуацию можно моделировать линейным уравнением?

- (1) Стоимость автомобиля каждый год уменьшается на 10 %.
- (2) Численность рыбы в озере удваивается каждые 5 лет.
- (3) Из бассейна каждый день испаряются два литра воды.
- (4) Количество кофеина в организме человека уменьшается на $\frac{1}{3}$ каждые 2 часа.

18 Область значений функции $f(x) = |x + 3| - 5$ равна

- (1) $[-5, \infty)$
- (2) $(-5, \infty)$
- (3) $[3, \infty)$
- (4) $(3, \infty)$

Используйте пустые поля
для вычислений.

19 Для моделирования исследований лаборантка использовала функцию $t(m) = 2(3)^{2m+1}$. Рассмотрите следующие выражения:

I. $6(3)^{2m}$ II. $6(6)^{2m}$ III. $6(9)^m$

Функция $t(m)$ эквивалентна выражениям

- (1) только I (3) I и III
(2) только II (4) II и III

20 Какая система уравнений имеет те же решения, что и система, приведенная ниже?

$$\begin{aligned}3x - y &= 7 \\2x + 3y &= 12\end{aligned}$$

- (1) $\begin{aligned}6x - 2y &= 14 \\-6x + 9y &= 36\end{aligned}$ (3) $\begin{aligned}-9x - 3y &= -21 \\2x + 3y &= 12\end{aligned}$
(2) $\begin{aligned}18x - 6y &= 42 \\4x + 6y &= 24\end{aligned}$ (4) $\begin{aligned}3x - y &= 7 \\x + y &= 2\end{aligned}$

21 Численность популяции инфузории P можно описать при помощи экспоненциальной функции $P(t) = 3(2)^t$, где t — число суток, прошедших с первого наблюдения численности популяции. Какая область лучше всего подходит для определения численности популяции на протяжении первых двух недель?

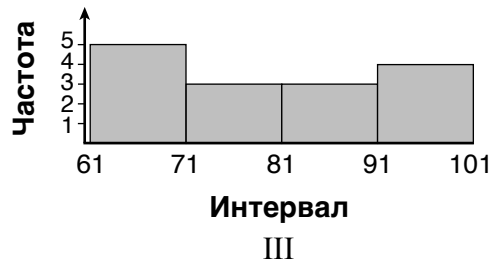
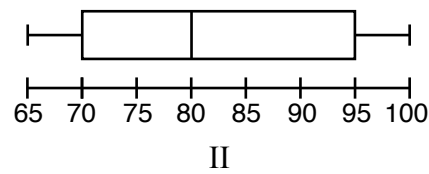
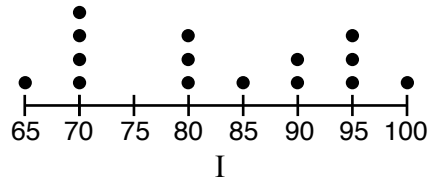
- (1) $t \geq 0$ (3) $0 \leq t \leq 2$
(2) $t \leq 2$ (4) $0 \leq t \leq 14$

**Используйте пустые поля
для вычислений.**

22 Дан следующий набор данных:

65, 70, 70, 70, 70, 80, 80, 80, 85, 90, 90, 95, 95, 95, 100

Какие представления соответствуют этому набору данных?



- (1) Только I и II (3) Только II и III
(2) Только I и III (4) I, II и III

Используйте пустые поля
для вычислений.

23 Ниже показана рекурсивно определенная функция.

$$a_1 = 5$$
$$a_{n+1} = 2a_n - 7$$

Значение a_4 равно

(1) -9

(3) 8

(2) -1

(4) 15

24 В каком многочлене коэффициент при старшем члене равен 4, а степень равна 3?

(1) $3x^4 - 2x^2 + 4x - 7$

(3) $4x^4 - 3x^3 + 2x^2$

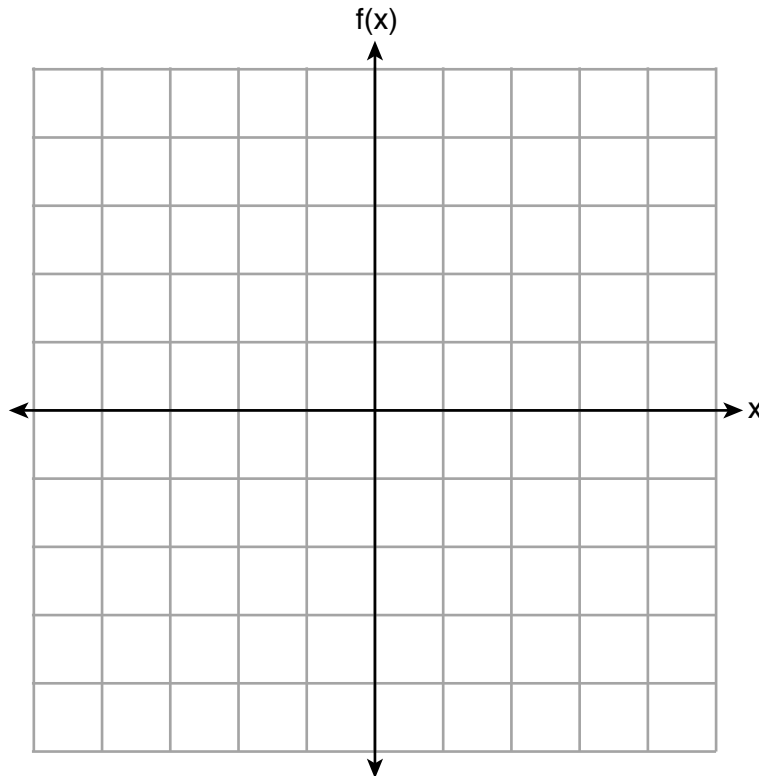
(2) $4 + x - 4x^2 + 5x^3$

(4) $2x + x^2 + 4x^3$

Часть II

Ответьте на все 8 вопросов этой части. За каждый правильный ответ присваивается 2 балла. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т.п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для всех вопросов в этой части, если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [16]

25 Постройте в представленной ниже системе координат график функции $f(x) = -\sqrt{x} + 1$.



26 Мария заказывает футболки для волейбольного лагеря. Футболки для взрослых стоят по 6,25 \$ за штуку, а футболки для детей — по 4,50 \$ за штуку. На покупку футболок для взрослых и детей у Марии есть 550 \$. Определите алгебраическим способом максимальное число футболок для взрослых, которые она сможет купить, если купит 45 футболок для детей.

27 В новостях сообщили, что взрослый человек должен выпивать не менее 4 пинт воды в сутки. Исходя из этого сообщения, определите *минимальное* количество воды в жидких унциях, которое взрослый человек должен выпивать в неделю.

28 Запишите выражение $(3x - 4)(x + 7) - \frac{1}{4}x^2$ в виде трехчлена в стандартной форме.

29 Джону задали решить уравнение $4(2a + 3) = -3(a - 1) + 31 - 11a$. Некоторые этапы решения уже выполнены и обоснованы. Укажите свойства чисел для всех недостающих обоснований.

$$4(2a + 3) = -3(a - 1) + 31 - 11a \quad \text{Дано}$$

$$8a + 12 = -3a + 3 + 31 - 11a$$

$$8a + 12 = 34 - 14a$$

Приведение подобных членов

$$22a + 12 = 34$$

30 Укажите, является ли произведение $\sqrt{3}$ и $\sqrt{9}$ рациональным или иррациональным числом. Поясните свой ответ.

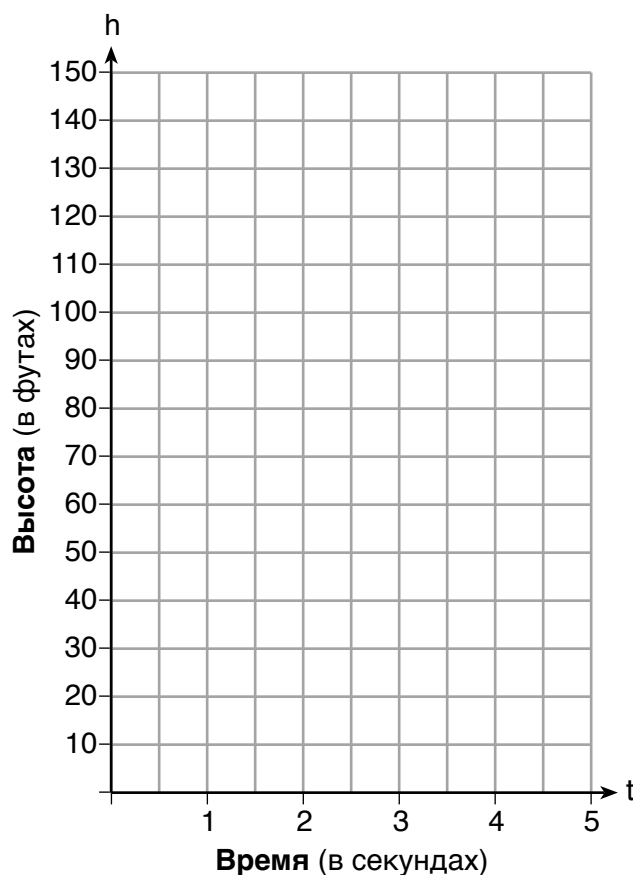
31 Используя метод дополнения до полного квадрата, определите точные значения x в уравнении $x^2 - 8x + 6 = 0$.

32 Для определения конечной суммы S арифметической прогрессии чисел используется формула $S = \frac{n}{2} (a + b)$, где n — число членов, a — первый член, а b — последний член. Выразите b через a , S и n .

Часть III

Ответьте на все 4 вопроса этой части. За каждый правильный ответ присваивается 4 балла. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т.п. Для определения ответа используйте информацию, предоставленную в соответствующем вопросе. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Для всех вопросов в этой части, если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [16]

- 33 Майкл подбросил мяч в воздух, стоя на крыше здания. Высота в футах, на которую взлетел мяч, описывается уравнением $h = -16t^2 + 64t + 60$, где t — прошедшее время в секундах. Постройте график этого уравнения в представленной ниже системе координат.

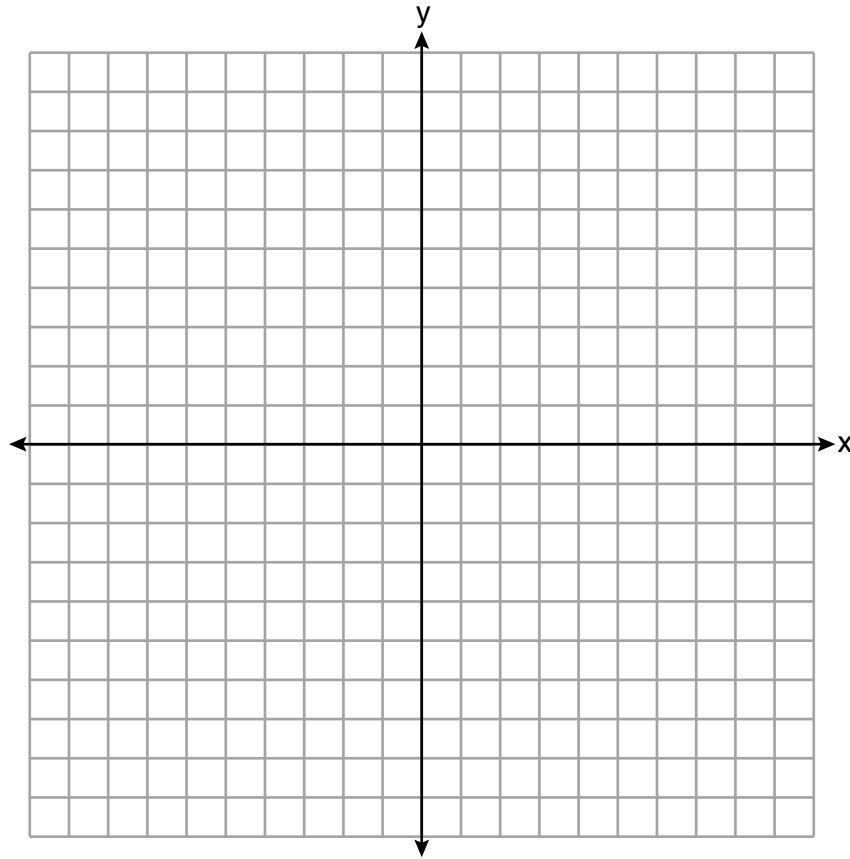


Определите среднюю скорость изменения высоты в футах в секунду с момента, когда Майкл отпустил мяч, до достижения мячом наибольшей высоты.

34 Постройте график системы неравенств:

$$-x + 2y - 4 < 0$$

$$3x + 4y + 4 \geq 0$$



Стивен говорит, что точка $(0,0)$ является решением этой системы. Определите, прав ли он, и объясните ход своих рассуждений.

35 В следующей таблице представлены примеры продажной стоимости в тысячах долларов и количество новых домов, выставленных на продажу по этим ценам в 2017 году.

Продажная стоимость, p (в тысячах долларов)	160	180	200	220	240	260	280
Количество новых домов, выставленных на продажу $f(p)$	126	103	82	75	82	40	20

Укажите функцию линейной регрессии $f(p)$, которая оценивает количество новых домов, выставленных на продажу по определенной продажной стоимости, p . Округлите все значения с точностью до *одной сотой*.

Укажите коэффициент корреляции данных с точностью до *одной сотой*. Объясните, что это значит в контексте данной задачи.

36 Длина прямоугольной вывески на 6 дюймов больше, чем половина ее ширины. Площадь вывески равна 432 квадратным дюймам. Напишите уравнение с одной переменной, которое можно использовать для определения размеров этой вывески в дюймах.

Решите это уравнение алгебраическим способом, чтобы определить размеры вывески в дюймах.

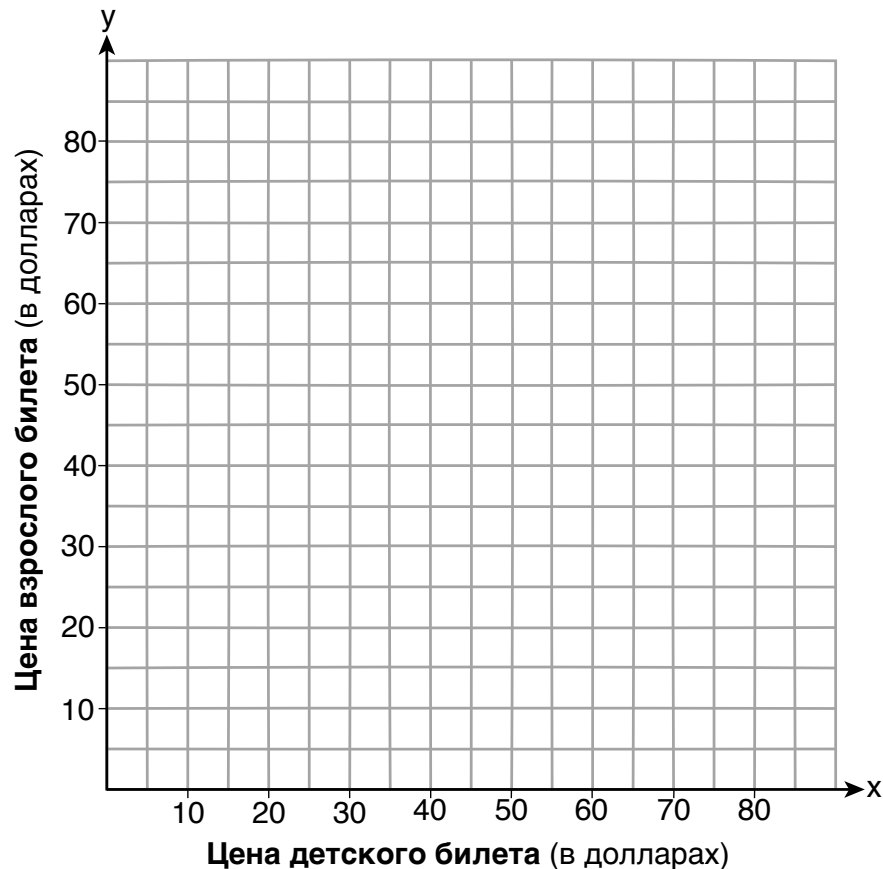
Часть IV

Ответьте на вопрос этой части. За правильный ответ присваивается 6 баллов. Четко опишите все необходимые действия, включая соответствующие подстановки в формулы, диаграммы, графики, схемы и т.п. Для определения ответа используйте предоставленную информацию. Обратите внимание, что в диаграммах может не соблюдаться масштаб. Если ход решения не показан, за правильный ответ присваивается только 1 балл. Все ответы следует записывать ручкой, за исключением графиков и рисунков, которые следует выполнять карандашом. [6]

37 Две семьи пошли в парк развлечений «Rollercoaster World». Семья Браунов заплатила 170 \$ за 3 детей и 2 взрослых. Семья Пекхэмов заплатила 360 \$ за 4 детей и 6 взрослых.

Если x — цена детского билета в долларах, а y — цена взрослого билета в долларах, напишите систему уравнений, которой можно описать эту ситуацию.

Постройте график своей системы уравнений в представленной ниже системе координат.



Вопрос 37 продолжается на следующей странице.

Вопрос 37 (продолжение)

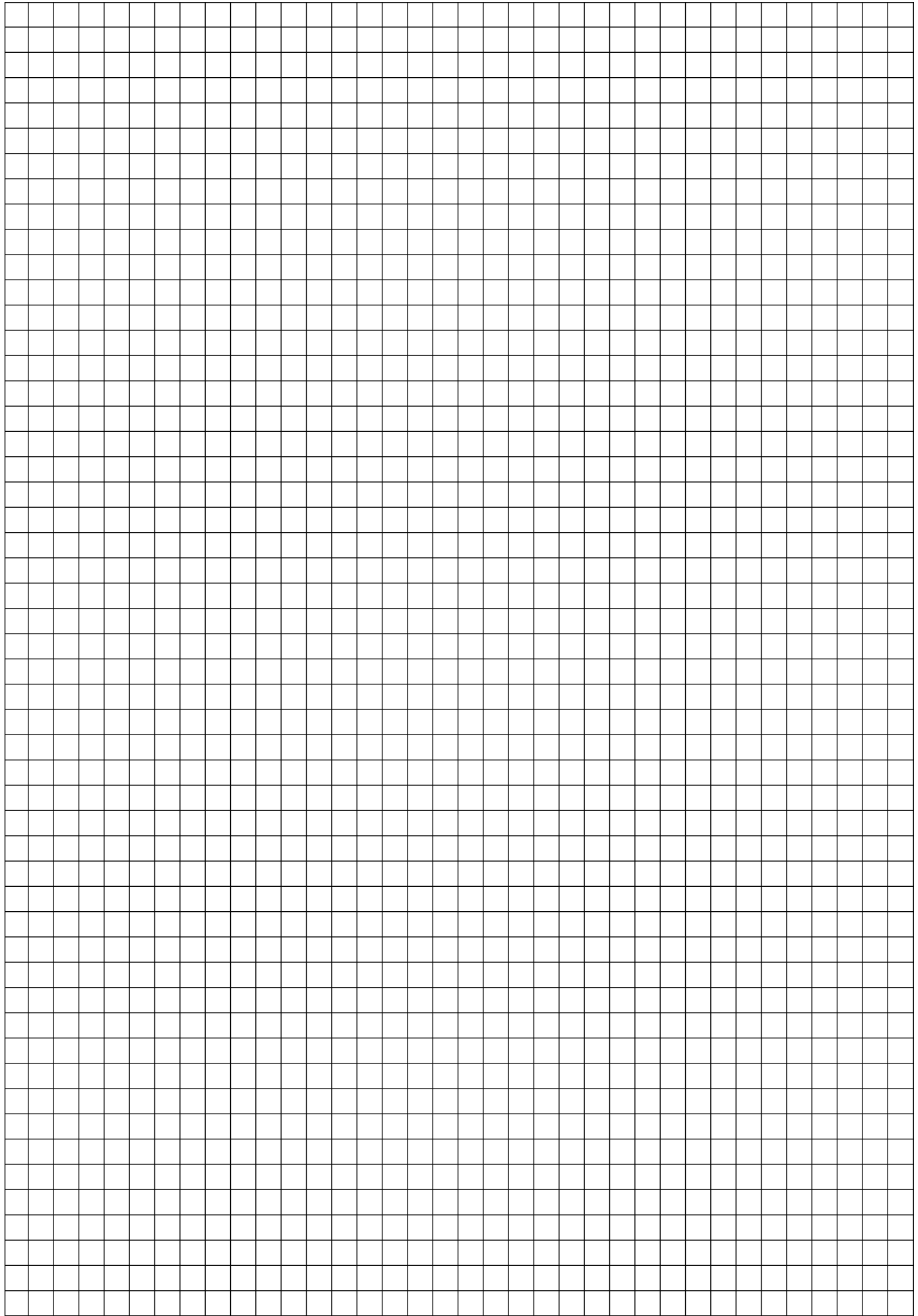
Укажите координаты точки пересечения.

Объясните, что означает каждая координата точки пересечения в контексте этой задачи.

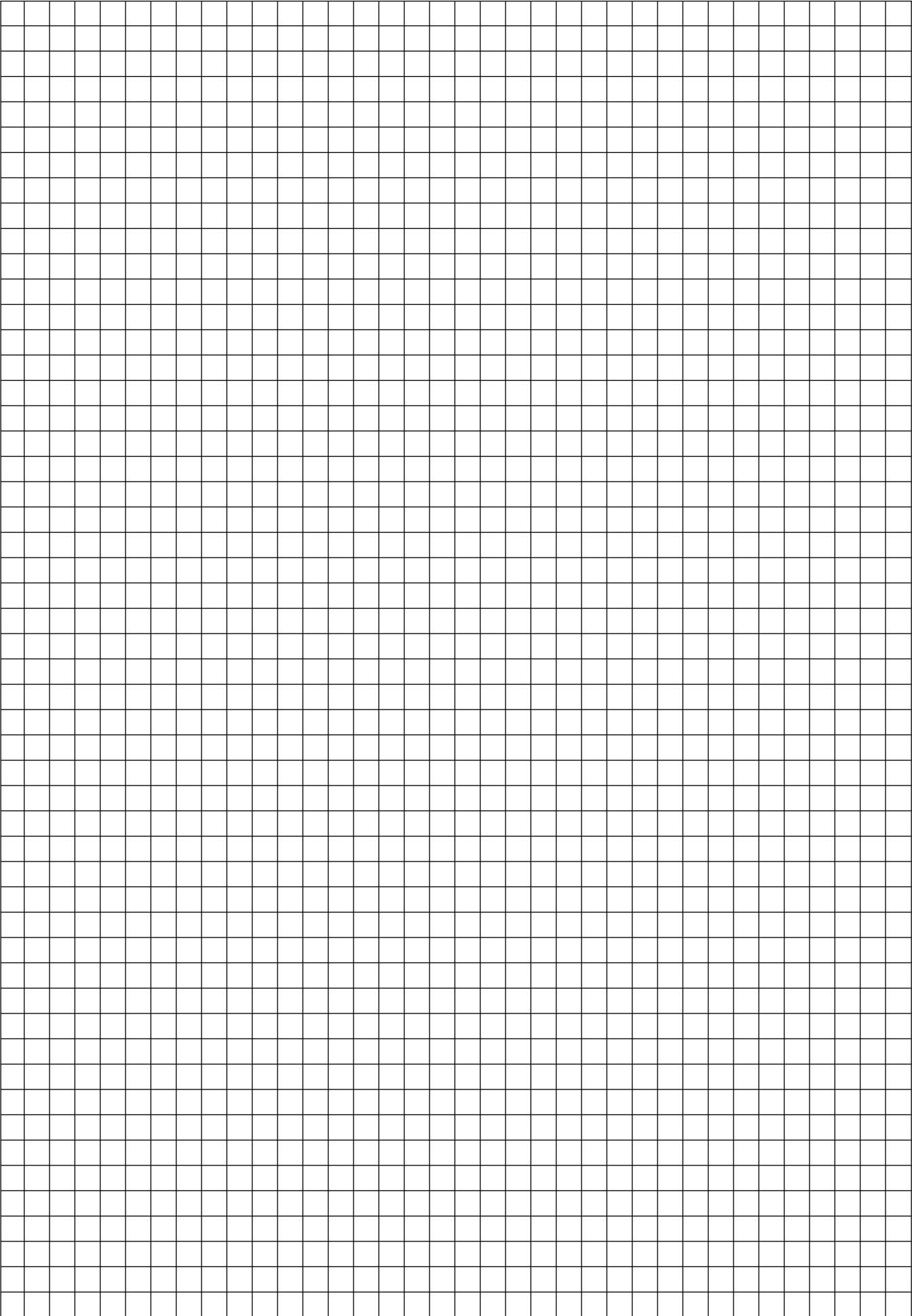
Лист в клеточку для черновика — работа, выполненная на этом листе, не оценивается.

Линия отрыва

Линия отрыва



Лист в клеточку для черновика — работа, выполненная на этом листе, не оценивается.



Линия отрыва

Линия отрыва

Лист справочной информации по математике для средней школы

1 дюйм = 2,54 сантиметра

1 метр = 39,37 дюйма

1 миля = 5280 футов

1 миля = 1760 ярдов

1 миля = 1,609 километра

1 километр = 0,62 мили

1 фунт = 16 унций

1 фунт = 0,454 килограмма

1 килограмм = 2,2 фунта

1 тонна = 2000 фунтов

1 стакан = 8 жидких унций

1 пинта = 2 стакана

1 кварта = 2 пинты

1 галлон = 4 кварты

1 галлон = 3,785 литра

1 литр = 0,264 галлона

1 литр = 1000 кубических
сантиметров

Треугольник	$A = \frac{1}{2}bh$
Параллелограмм	$A = bh$
Круг	$A = \pi r^2$
Круг	$C = \pi d$ или $C = 2\pi r$
Обычная призма	$V = Bh$
Цилиндр	$V = \pi r^2 h$
Сфера	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$
Конус	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
Пирамида	$V = \frac{1}{3}Bh$

Теорема Пифагора	$a^2 + b^2 = c^2$
Формула корней квадратного уравнения	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Арифметическая прогрессия	$a_n = a_1 + (n - 1)d$
Геометрическая прогрессия	$a_n = a_1 r^{n-1}$
Геометрический ряд	$S_n = \frac{a_1 - a_1 r^n}{1 - r}$, где $r \neq 1$
Радиян	1 радиан = $\frac{180}{\pi}$ градусов
Градус	1 градус = $\frac{\pi}{180}$ радиан
Экспоненциальное возрастание/ убывание	$A = A_0 e^{k(t - t_0)} + B_0$

